Für die Integralfunktion gilt also:

$$I_a(x) = F(x) + C$$ *wie groß soll aber C sein?*

Verwende Eigenschaft 1:

$$I_a(a) = 0 = F(a) + C \Rightarrow C = -F(a)$$

also:

$$I_a(x) = F(x) - F(a)$$

oder ausführlich:

$$\boxed{I_a(x) = \int_a^x f(t)\,dt = \underbrace{[F(t)]_a^x}_{\text{neue Schreibweise!}} = F(x) - F(a)}$$

<u>*Beispiel A:*</u> *f(x) = 2x*

$$I_0(x) = \int_0^x 2t\,dt = [t^2]_0^x = x^2 - 0^2 = x^2$$

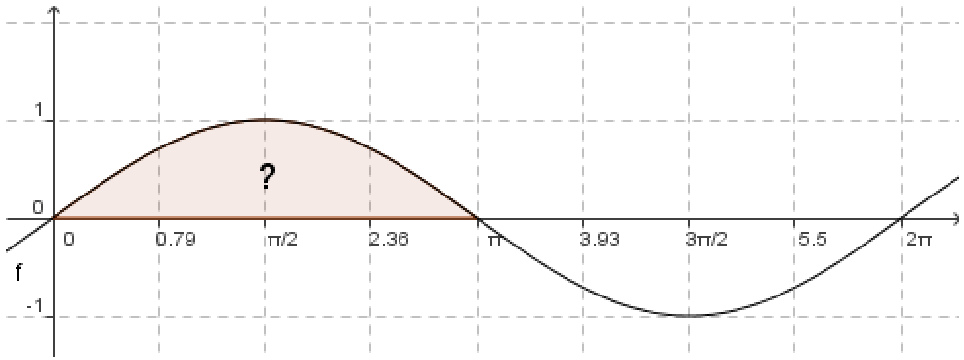
oder $$I_0(3) = \underbrace{\int_0^3 2x\,dx}_{\text{t nicht nötig, da x nicht obere Grenze!}} = [x^2]_0^3 = 3^2 - 0^2 = 9$$

oder $$I_2(4) = \int_2^4 2x\,dx = [x^2]_2^4 = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12$$

<u>*Beispiel B:*</u> *f(x) = sin(x)*

$$I_0(x) = \int_0^x \sin(t)\,dt = [-\cos(t)]_0^x = -\cos(x) + \cos(0) = 1 - \cos(x)$$

Wie groß ist also der erste positive Bogen der Sinusfunktion?



$$I_0(\pi) = \int_0^\pi \sin(x)\,dx = [-\cos(x)]_0^\pi$$
$$= -\cos(\pi) + \cos(0) = -(-1) + 1 = 2$$

(interessanterweise kommt im Flächeninhalt π nicht als Faktor vor)