1 Abi 19 Lsg Geo I

A 1 $A(5|-4|-3), B(5|4|3), C(0|4|3)$

a) $\vec{D} = \vec{A} + \vec{BC} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix}$

$\vec{M} = \frac{1}{2}(\vec{A} + \vec{C}) = \begin{pmatrix} 2,5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

b) Sieht man die Gerade AC als die gemeinsame Grundlinie an, dann besitzen beide Dreiecke mit dem Abstand des Punktes B von dieser Grundlinie die gleiche Höhe. Da beide Dreiecke durch die Position von M als Mitte der Verbindungslinie auch noch zwei gleichlange Grundlinien besitzen stimmen beide Dreiecke also sowohl in der Höhe wie in der Länge der Grundlinie überein. Wegen $A_\Delta = \frac{1}{2}g \cdot h$ besitzen sie dann auch den gleichen Flächeninhalt.

2 a) $P(p|p|p)$ in die Ebene: $3p + 2p + 2p = 6$

$7p = 6$

$p = \frac{6}{7} \Rightarrow \vec{P} = \begin{pmatrix} \frac{6}{7} \\ \frac{6}{7} \\ \frac{6}{7} \end{pmatrix}$

b) Alle Punkte mit drei gleichen Koordinaten befinden sich auf einer Gerade, der "Raumdiagonalen". Es gibt unendlich viele Ebenen, die echt parallel zu einer Geraden verlaufen (diese also nicht enthalten).

B a) $\left|\vec{AP}\right| = \sqrt{0 + 0 + 1} = 1$

$\left|\vec{PQ}\right| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 2,5^2} = \sqrt{8,25} \approx 2,872$

$l \approx 3,872$, also 3872m.

b) $cos(\phi) = \frac{\vec{AP} \circ \vec{PQ}}{\left|\vec{AP}\right| \cdot \left|\vec{PQ}\right|} \approx \frac{0+0+2,5}{1 \cdot 2,872} = 0,8704$

$\Rightarrow \phi \approx 29,4962 \approx 29,5^o$

c) $\vec{n}' = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2,5 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{n} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -10 \end{pmatrix}$

Q ist enthalten:

$4 \cdot 1 + 4 \cdot 1 - 10 \cdot (-3,5) - c = 0$

$4 + 4 + 35 - c = 0$

$43 - c = 0 \Rightarrow c = 43$

$E: 4x_1 + 4x_2 - 10x_3 - 43 = 0 \checkmark$

d) Gesucht $R(x|y|-3,6)$ auf der Geraden: $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2,5 \end{pmatrix}$

Betrachte die x_3-Koordinate:

$-3,6 = -1 + \lambda \cdot (-2,5)$

$\lambda = \frac{-2,6}{-2,5} = 1,04$

$R = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,04 \\ 1,04 \\ -3,6 \end{pmatrix}$

Für die Dicke der wasserführenden Schicht kann der Abstand des Punktes R von der Ebene E herhalten:

$\left|\vec{n}\right| = \sqrt{16 + 16 + 100} = \sqrt{132} = 2\sqrt{33}$

$d = \frac{1}{2 \cdot sqrt33} \cdot (4\dot{1},04 + 4 \cdot 1,04 - 10 \cdot 3,6 - 43) \approx \frac{1,32}{11,489} \approx 0,1149$

Also etwa 115m.

e) Setze T in die Ebene ein: $4t - 4t - 10 \cdot (-4,3) - 43 = 0$

Diese Gleichung ist für jedes t erfüllt. Also liegt T in E.

Die Bohrtiefe für T(t|-t|4,3) für $x_3 = 4,3$ ist nicht von der gewählten Lage der Bohrstelle abhängig.

f) $d = \left|\vec{Q} - \vec{T}\right| = \sqrt{(1-t)^2 + (1+t)^2 + (-3,5+4,3)^2} = \sqrt{2 + t^2 + 0,8^2} = \sqrt{2t^2 + 2,64}$

$\sqrt{2,64} > \sqrt{2,25} = 1,5$ also ist für t = 0 die Bedingung erfüllt; für t>0 erst recht.