

1 Abi 19 Lsg Ana II

A 1 a) Der Radikand darf nicht negativ sein: $x + 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1 \Rightarrow D_g = [-1; \infty[$

$$b) g(x) = \sqrt{x+1} - 2 \quad g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$$

$$a(x) = m \cdot x + t$$

$$m = g'(8) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{9}} = \frac{1}{6}$$

$g(8) = 3 - 2 = 1 \Rightarrow P(8|1)$ liegt auf der Tangente

$$1 = \frac{1}{6} \cdot 8 + t \Rightarrow t = -\frac{1}{3}$$

Gleichung der Tangente: $a(x) = \frac{1}{6}x - \frac{1}{3}$

$$2 a) f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{1}{\frac{1}{2}} = 1 + 2 = 3$$

$$b) A = 1 \cdot 3 + 2 \cdot \left| \int_{\frac{1}{2}}^1 1 - x^{-2} dx \right| = 3 + 2 \cdot \left| [x + x^{-1}]_{\frac{1}{2}}^1 \right| = 3 + 2 \cdot |(2 - 2,5)| = 4$$

$$3 p_k(x) = kx^2 - 4x - 3 \quad k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$a) p_k(2) = -3 \quad k \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 - 3 = -3$$

$$4k - 11 = -3 \Rightarrow k = 2$$

$$b) D < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow 16 + 12k < 0 \Rightarrow k < -\frac{4}{3}$$

4 a) Graph II hat keine Nullstellen bei den Extrema von f, fällt daher aus.

Graph III besitzt den Wert -2; die Steigung des Graphen von f besitzt jedoch bei 0 einen Wert der vom Betrag kleiner als 1 ist. Daher kommt Graph III auch nicht in Frage.

Graph I stellt also die Ableitungsfunktion korrekt dar.

b) In diesem Intervall ist $f(x)$ überall negativ. Also wird die Stammfunktion F dort streng monoton fallend sein.

$$B 1 a) f(x) = 0 \Rightarrow 4x = 0 \Rightarrow x = 0$$

Senkrechte Asymptote: $x = -1$

Da x im Nenner quadratisch vorkommt, wächst der Nenner für große x stärker als der Zähler, der gesamte Term geht gegen 0.

$$b) f'(x) = \frac{4(x+1)^2 - 4x \cdot 2(x+1)}{(x+1)^4}$$

$$f'(x) = \frac{4(x+1) \cdot (x+1-2x)}{(x+1)^4}$$

$$f'(x) = \frac{4(1-x)}{(x+1)^3}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 1 - x = 0 \Rightarrow x = 1$$

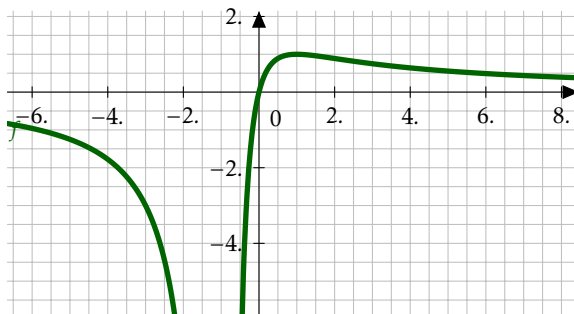
$$f'(0) > 0 \quad f'(2) < 0 \Rightarrow \text{Hochpunkt.}$$

$$f(1) = \frac{4}{4} \Rightarrow \text{es handelt sich um einen Hochpunkt bei } H(1|1)$$

- c) Der Nenner ist stets positiv, Wenn x negativ ist, dann ist der Zähler $4x$ stets negativ. Also muss der Wert des Bruches negativ sein.

$$f(-3) = \frac{-12}{(-3+1)^2} = -\frac{12}{4} = -3$$

Graph:



$$d) F'(x) = \frac{4}{x+1} - \frac{4}{(x+1)^2} = \frac{4(x+1)}{(x+1)^2} - \frac{4}{(x+1)^2} = \frac{4x+4-4}{(x+1)^2} = \frac{4x}{(x+1)^2}$$

- e) $f(0,5) = 0,9$ Nach 30 Minuten befinden sich etwa 0,9 Milligramm pro Liter im Blut.

Die maximale Wirkstoffkonzentration beträgt $1 \frac{mg}{l}$.

- f) Überprüfung, ob die zweite Ableitung eine Nullstelle mit Vorzeichenwechsel hat.

2 Stunden nach der Einnahme ist die Abnahme der Wirkstoffkonzentration am größten.

$$g) A(b) = F(b) - F(0) = 4 \ln(b+1) + \frac{4}{b+1} - (4 \cdot \ln(1) + \frac{4}{1}) = 4 \ln(b+1) + \frac{4}{b+1} - 4$$

$$A(b) = \lim_{x \rightarrow \infty} \underbrace{4 \cdot \ln(x+1)}_{\rightarrow +\infty} + \underbrace{\frac{4}{x+1}}_{\rightarrow 0} + 4 = \infty$$

Die Funktion stellt für große Zeitwerte keine realistische Modellierung dar.

$$h) f(x) = 0,75 \quad x > 1$$

$$\frac{3}{4} = \frac{4x}{(x+1)^2}$$

$$3(x+1)^2 = 16x$$

$$3x^2 + 6x + 3 = 16x$$

$$3x^2 - 10x + 3 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{6} = \frac{10 \pm 8}{6}$$

$$x_1 \text{ ist zu klein, daher } x_2 = \frac{18}{6} = 3$$

Die 2. Tablette sollte also spätestens drei Stunden nach der Ersteinnahme erfolgen.

- i) Es handelt sich um die Summe von zwei Wirkstoffkonzentrationen, wobei die zweite Wirkstoffkonzentration in positiver Zeitrichtung um 2,5 verschoben ist:

$$w(x) = f(x) + f(x-2,5) \text{ das entspricht Term B.}$$

$$j) k'(x) = \frac{6 \cdot e^{2x} \cdot (e^{2x} + 1) - 3e^{2x} \cdot 2 \cdot e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2} = \frac{6e^{2x} \cdot 1}{(e^{2x} + 1)^2}$$

Der Zähler und der Nenner sind für jedes $x \in \mathbb{R}^+$ positiv, also auch der gesamte Term. Da die Ableitungsfunktion stets positive Funktionswerte aufweist muss $k(x)$ streng monoton steigen.

- k) $k(1) = \frac{3 \cdot e^2}{e^2 + 1} - 1,5 \approx 1,14$ Also ist vor 60 Minuten nach Beginn der Infusion der benötigte Wert erreicht. Da es sich um eine streng monoton steigende Funktion handelt, ist damit eine Bedingung erfüllt.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} k(x) = 3 - 1,5 = 1,5 < 2$$

Die Konzentration steigt zwar an, bleibt jedoch immer unter $1,5 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$. Sie erreicht also niemals die gesundheitsschädliche Grenze. Also ist auch die zweite Bedingung erfüllt.