

1 Abi 18 Lsg Ana I

A 1 $f_1(x) = \frac{2x+3}{(x+2)(x-2)}$

Nullstelle: $x = -1, 5$; Definitionsmenge: $D_{f_1} = \mathbb{R} \setminus \{-2; +2\}$

item $f_2(x) = \ln(x+2)$;

Nullstelle: $x = -1$; Definitionsmenge: $x+2 > 0 \Rightarrow x > -2$; $D_{f_2} =]-2; +\infty[$

2 Gesucht ist ein Terrassenpunkt in $P(2|1)$. Also kann man z.B. $f : x \mapsto x^3$ um 2 in positiver x-Richtung und 1 in positiver y-Richtung verschieben:

$$g(x) = (x-2)^3 + 1$$

3 $f(x) = -x^3 + 9x^2 - 15x - 25$

$$f'(x) = -3x^2 + 18x - 15$$

$$(1) f'(0) = -15 \checkmark$$

(2) dazu muss die Steigung an dieser Stelle den Wert 0 besitzen und der y-Wert ebenfalls an dieser Stelle 0 sein:

$$f'(5) = 75 + 90 - 15 = 0 \checkmark \text{ die tangente ist als waagerecht}$$

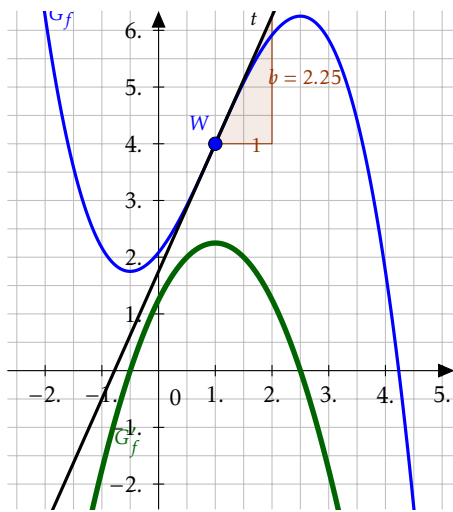
$$f(5) = -125 + 225 - 75 - 25 = 0 \checkmark$$

(3) Wenn sowohl Funktionswert als auch Steigung mit dem Graphen von f übereinstimmen, dann ist t eine Tangente.

$$\text{Funktionswert: } f(-1) = +1 + 9 + 15 - 25; \quad t(0) = +36 - 36 = 0; \checkmark$$

$$\text{Steigung: } f'(-1) = -3 - 18 - 15 = -36; \quad m_T = -36; \checkmark$$

4 Graph



5 a) $a > 0 \Rightarrow$ der Exponent der höchsten Potenz ist ungerade und der Koeffizient ist positiv. Also gilt:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} = +\infty$$

Dies trifft nur für Abbildung 2 zu.

b) $f'_a(x) = \frac{3}{a}x^2 - 1$
 $f'_a(3) = \frac{3}{a} \cdot 9 - 1 = 0 \Rightarrow a = 27$

B 1 a) Nullstellen:

$$2(\ln(x)^2 - 1) = 0$$

$$\ln(x)^2 - 1 = 0$$

$$\ln(x)^2 = 1$$

$$\ln(x) = \pm 1$$

$$x = e^{\pm 1}$$

Tiefpunkt:

$$f'(x) = 2 \cdot (2\ln(x) \cdot \frac{1}{x}) = \frac{4}{x}\ln(x)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \ln(x) = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$f(1) = 2$$

Koordinaten des Tiefpunktes: $T(1|2)$.

$$b) f''(x) = -4x^{-2} \ln(x) + \frac{4}{x} \cdot \frac{1}{x} = \frac{-4 \ln(x) + 4}{x^2} = \frac{4}{x^2} (1 - \ln(x))$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow 1 = \ln(x) \Rightarrow x = e$$

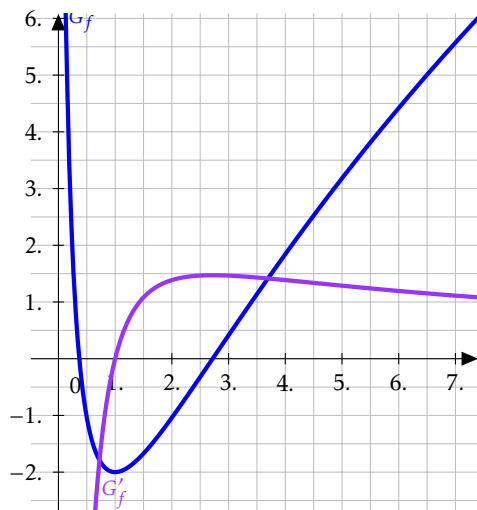
$$g(x) = mx + t; \quad m = f'(e) = \frac{4}{e}$$

$$0 = \frac{4}{e} \cdot e + t \Rightarrow t = -4$$

$$g(x) = \frac{4}{e} \cdot x - 4$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \underbrace{\frac{4}{x}}_{\rightarrow \infty} \cdot \underbrace{\ln(x)}_{\rightarrow -\infty} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \underbrace{\frac{4}{x}}_{\rightarrow 0} \cdot \underbrace{\ln(x)}_{\rightarrow +\infty} = 0 \text{ (ln(x) verliert)}$$



$$d) f(e^{-1}) = 0 \text{ (1. Nullstelle der Funktion } f)$$

Die Integralfunktion hat ebenfalls e^{-1} als Nullstelle, da dies die untere Integrationsgrenze ist, d.h. $\int_{e^{-1}}^{e^{-1}} f(x) dx = 0$.

Außerdem existiert eine 2. Nullstelle für die Integralfunktion, da sich für $x > e$ und $x < 6$ die Flächeninhalte unter- und oberhalb der x-Achse ausgleichen.

e) Senkrechte Asymptote: $x = 0$ (Polstelle)

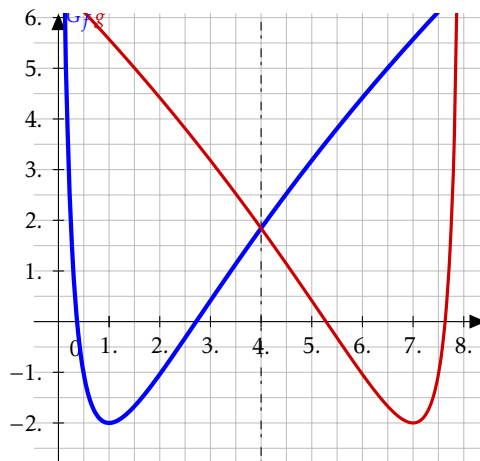
Schräge Asymptote: $1,5x - 4,5$ ($\frac{1}{x}$ wird für große x beliebig klein).

$$f) \int_1^2 1,5x - 4,5 + \frac{1}{x} dx = \left[0,75x^2 - 4,5x + \ln(x) \right] \approx -1,557$$

$$A_h \approx 1,557; \quad A_f = 1,623 \Rightarrow \frac{1,557}{1,623} \approx 0,959$$

$$\Delta A \approx 4,1\%$$

2 a) Graph:



b) Eine Verschiebung um 8 in positiver x-Richtung.

$$f(-x + 8), \text{ also } a = -1 \text{ und } b = +8.$$

c) $f'(4) = 1,39 \Rightarrow \alpha \approx 54,2^\circ$ (Winkel zwischen Tangente und x-Achse)

Es handelt sich um ein gleichschenkliges Dreieck, also ist der gegenüberliegende Winkel genauso groß.

Daher muss der Scheitelwinkel: $180^\circ - 2 \cdot 54,2^\circ = 71,6^\circ$ betragen.

d) Höchster Punkt (Wasserstand): $f(0,2) \approx 3,18$

Niedrigster Punkt (am Minimum der Kurve): $f(1) = -2$

$$t = 2 + f(0,2) \approx 5,18$$

Das Wasser hat an seiner tiefsten Stelle eine Tiefe von etwa 5,18m.

- e) Mit dem dargestellten Term wird zweimal der Flächeninhalt zwischen $g(x) = f(0,2)$ und $f(x)$ im Intervall von 0,2 bis 4 berechnet (Grundfläche) und das Ergebnis mit 12 multipliziert (Höhe).