

1 Abi 09 Lsg Ana II

$$f : x \mapsto x \cdot e^{2-x}$$

1. a) $x \cdot \underbrace{e^{2-x}}_{>0} = 0 \Rightarrow \text{Nullstelle } x = 0$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot e^{2-x} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \underbrace{x}_{\rightarrow \infty} \cdot \underbrace{e^{2-x}}_{\rightarrow 0} = 0, \text{ weil } e \text{ gewinnt}$$

b) Zur Bestimmung des Extrempunktes muss die Ableitungsfunktion gebildet werden:

$$f'(x) = e^{2-x} + x \cdot e^{2-x} \cdot (-1) = e^{2-x}(1-x)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \text{Extremstelle } x = 1$$

$$f(1) = 1 \cdot e^1 = e$$

Lage des Extrempunktes: $E(1|e)$

Art des Extrempunktes:

VZT	$x < 1$	$x = 1$	$1 < x$
$f'(x)$	+	0	-
G_f	\nearrow	HOP	\searrow

Es handelt sich um einen Hochpunkt.

Tangentengleichung: $T(x) = mx + t$

Bestimmung von m über die Ableitungsfunktion:

$$f'(0) = e^2 = m$$

Bestimmung von t über den Punkt des Graphen $(0|0)$: $t = 0$

$$T(x) = mx + t = e^2 \cdot x + 0 = e^2 \cdot x$$

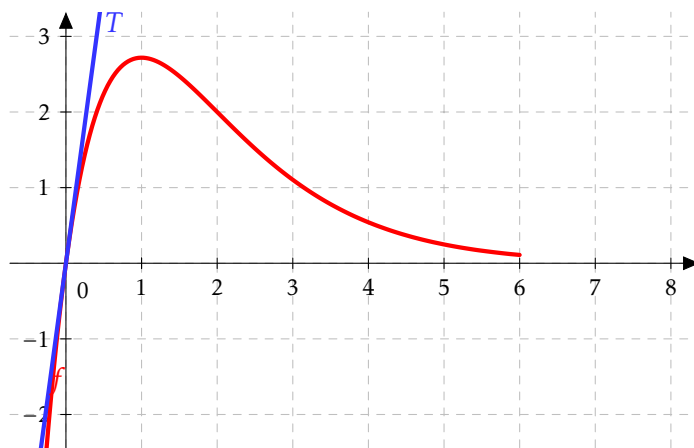
c) Bilde die zweite Ableitung:

$$f''(x) = -1 \cdot e^{2-x} + (1-x) \cdot e^{2-x} \cdot (-1) = -1 \cdot e^{2-x} - (1-x) \cdot e^{2-x} = e^{2-x}(x-2)$$

VZT	$x < 2$	$x = 2$	$2 < x$
$f'(x)$	-	0	+
G_f	○	WEP	○

Koordinaten WEP: $f(2) = 2 \Rightarrow \text{WEP}(2|2)$

d) $f(-0,5) = -6,09; f(5) = 0,25;$



2. a) Annäherung des ersten Integrals durch ein Rechteck mit der Grundlinie $g = 1$ und der Höhe $h = 2$

$$\int_0^1 f(x) dx \approx 1 \cdot 2 = 2$$

Annäherung des zweiten Integrals durch ein Trapez (linke Höhe 2,5, rechte Höhe 0,5):

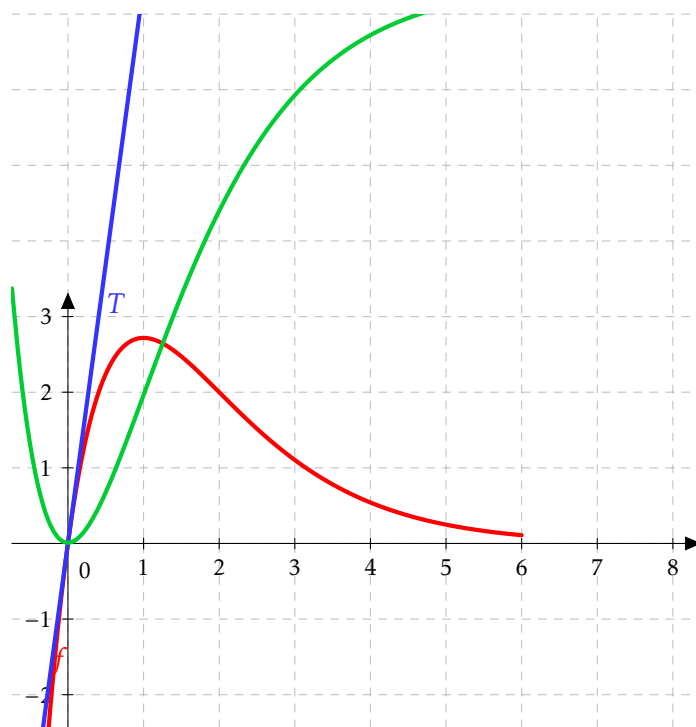
$$\int_1^5 f(x) dx \approx \frac{1}{2}(2,5 + 0,5) \cdot 4 = 1,5 \cdot 4 = 6$$

b) $I(x) = \int_0^x f(t) dt$

Ein Extrempunkt der Integralfunktion $I(x)$ entspricht einer Nullstelle der Funktion $f(x)$. Die einzige Nullstelle von $f(x)$ befindet sich bei $(0|0)$. Dies ist zugleich auch Nullstelle der Integralfunktion, da $\int_0^0 f(t) dt = 0$. Es gilt also: Nullstelle von $I(x)$ ist $N(0|0)$.

Zur Art der Nullstelle: $f(x)$ hat einen Vorzeichenwechsel von $-$ nach $+$, de-

shalb handelt es sich um einen TIP der Integralfunktion.



$$3. \quad ax = x \cdot e^{2-x}$$

$$a = e^{2-x}$$

$$\ln(a) = 2 - x$$

$$x = 2 - \ln(a)$$

Einen zweiten Schnittpunkt gibt es also nur, wenn $a > 0$.

$$A = \int_0^{2-\ln(1)} x \cdot e^{2-x} - 1 \cdot x dx = \int_0^2 x \cdot e^{2-x} - x dx$$

Unter Verwendung der Stammfunktionen:

$$A = \left[(-x-1)e^{2-x} - \frac{x^2}{2} \right]_0^2 = 3,14$$

b) Das Integral von Null bis nach a_0 muss der Hälfte von a_0 entsprechen:

$$\int_0^{a_0} f(x) dx = \frac{e^2}{2}$$

