1 Abi 17 Lsg Geo I

A 1 a) $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+4\lambda \\ 1 \\ -4-8\lambda \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+4\lambda \\ 1 \\ -4-8\lambda \end{pmatrix}$ ist erfüllt für $\lambda = -\frac{1}{2}$

C liegt auf der Geraden, denn es lässt sich ein λ finden mit dem man den Richtungsvektor multiplizieren kann um C zu erreichen. C liegt aber nicht auf der Verbindungsstrecke; das wäre nur für $0 \leq \lambda \leq 1$ der Fall.

b) $\vec{D} = \vec{A} + \frac{1}{4}(\vec{B} - \vec{A})$. Das ist genau derjenige Geradenpunkt, bei dem $\lambda = \frac{1}{4}$ gilt:

$$\vec{D} = \begin{pmatrix} 2+1 \\ 1 \\ -4-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -6 \end{pmatrix}$$

2 a) $S_{x_1} = \begin{pmatrix} -9 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\quad S_{x_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ -18 \\ 0 \end{pmatrix}$

Es handelt sich um ein rechtwinkliges Dreieck im Fußboden.

$A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 18 = 81$

b) Schneide die Ursprungsgerade, deren Richtungsvektor der Normalenvektor von E ist, mit der Ebene E.

$g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0+2\mu \\ 0+\mu \\ 0-2\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\mu \\ \mu \\ -2\mu \end{pmatrix}$ in E

$2 \cdot 2\mu + \mu - 2 \cdot (-2\mu) = -18$

$4\mu + \mu + 4\mu = -18 \Rightarrow \mu = -2$

$\Rightarrow \vec{P} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$

B a) Der Richtungsvektor der Geraden AB ist $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ und hat keine x_3-Komponente.

Damit kann die Gerade ihre x_3-Koordinate nicht ändern.

b) Minimale Anzahl an Eigenschaften eines Rechtecks:

1 Paar gegenüberliegender Seiten parallel und gleichlang, ein rechter Winkel.

$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}; \vec{CD} = \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}$

sind parallel (Vektoren linear abhängig) und gleichlang (bis aufs Vorzeichen gleiche Komponenten).

$\vec{AD} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

$\vec{AB} \circ \vec{AD} = 2 \cdot (-6) + 6 \cdot 2 + 0 \cdot 4 = 0 \checkmark$

Bei A treffen sich die Seiten im rechten Winkel.

$\vec{M} = \frac{1}{2}(\vec{A} + \vec{C}) = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$

c) Bilden des Normalenvektors über das Kreuzprodukt aus $\vec{AB}$ und $\vec{AD}$:

$\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 - 0 \\ 0 - 8 \\ 4 + 36 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ -8 \\ 40 \end{pmatrix}$

$\vec{n} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$

Zur Bestimmung von c setzt man z.B. A ein:

$3 \cdot 0 - 0 + 5 \cdot 1 + c = 0 \Rightarrow c = -5$

E: $3x_1 - x_2 + 5_x 3 - 5 = 0 \checkmark$

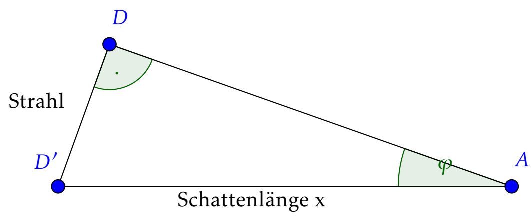
d) Die x_1x_2-Ebene kann durch $x_3 = 0$ dargestellt werden. Der Neigungswinkel zwischen zwei Ebenen in KoFo berechnet sich mit Hilfe des Schnittwinkels der beiden Normalenvektoren:

$$cos\alpha = \frac{\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}{\sqrt{35} \cdot 1} = \frac{5}{\sqrt{35}} \approx 0,845$$

$\Rightarrow \alpha \approx 32.3^o$. Die Bedingung ist also erfüllt.

e) Eine Längeneiheit des Modells entspricht $0,8m$. Also entspricht ein Flächenquadrat mit der Seitenlänge einer Einheit der Größe $(0,8m)^2$. Die Strecke $\bar{AB}$ befindet sich parallel zur x_1x_2-Ebene (siehe a) und wird deshalb in wahrer Größe auf den Boden abgebildet.

Lediglich die zweite Seite des Solarmodul-Rechtecks erscheint verlängert. Dazu betrachtet man ein rechtwinkliges Dreieck das aus der Schattenlänge x, einem Strahl und der Seite $\bar{AD}$ besteht.



Gesucht ist die Länge x der horizontalen Strecke. Im rechtwinkligen Dreieck gilt hier für x:

$$cos\phi = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypothenuse}} = \frac{|\vec{AD}|}{x} \Rightarrow x = \frac{|\vec{AD}|}{cos\phi}$$

f) Gesucht ist der Abstand von A zur Gerade die senkrecht durch M geht.

$$g : \vec{X} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 3+\tau \end{pmatrix}$$

Ansatz:

$$\vec{AX} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \text{ (Bedingung für den Fußpunkt auf g)}$$

$$(\vec{X}-\vec{A})\circ\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}=0$$

$$\left[\begin{pmatrix}-2\\4\\3+\tau\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right]\circ\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}=0$$

$$\begin{pmatrix}-2\\4\\2+\tau\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}=0$$

$$2+\tau=0\Rightarrow\tau=-2\Rightarrow\vec{F}=\begin{pmatrix}-2\\4\\1\end{pmatrix}$$

$$d=\left|\vec{F}-\vec{A}\right|=\left|\begin{pmatrix}-2\\4\\0\end{pmatrix}\right|=\sqrt{20}\approx 4,47$$

$$r=0,8m\cdot d\approx 3,58m$$