

1 Abi 16 Lsg Ana II

$$A \ 1 \ f : x \mapsto \frac{\ln(x)}{x^2}$$

Aspekte für die Definitionsmenge:

- a) Der Nenner darf nicht Null werden
- Der Logarithmus darf nur positive Argumente haben

$$D = \mathbb{R}^+$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \underbrace{\ln(x)}_{\rightarrow -\infty} \cdot \underbrace{\frac{1}{x^2}}_{\rightarrow +\infty} = -\infty$$

$$b) \ f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot x^2 - \ln(x) \cdot 2x}{x^4} \quad // \quad // = \frac{x - 2x \ln(x)}{x^4}$$
$$= \frac{1 - 2 \ln(x)}{x^3}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 1 - 2 \ln(x) = 0$$

$$\frac{1}{2} = \ln(x)$$

$$x = e^{\frac{1}{2}}$$

$$2 \ a) \ f(x) = (x - 2)^3; \quad D_f = \mathbb{R}$$

$$b) \ f(x) = \frac{1}{x}; \quad D_f =] - \infty; 0[$$

$$3 \ a) \ \text{Durch Kästchenzählen kommt man auf etwa 9,5 Kästchen, also } A \approx 9,5 \cdot \frac{1}{4} = 2,125$$

$$b) \ F'(x) = 0,5$$

$$c) \ \int_3^b f(x) dx = F(b) - F(3) = F(b) - 0 = F(b).$$

B 1 a) Bedingung I:

$$y = 0 \Rightarrow p(x) = 0 \Rightarrow -0,2x^2 + 5 = 0$$

$$-0,2x^2 = -5$$

$$x^2 = 25 \Rightarrow x_{1/2} = \pm 5$$

Somit sind die zwei Nullstellen genau 10 LE voneinander entfernt ✓.

Bedingung II:

$$p(0) = 5 \checkmark$$

$$\begin{aligned} \text{b) } d(x) &= \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{x^2 + (-0,2x^2 + 5)^2} \\ &= \sqrt{x^2 + \underbrace{0,04x^4 - 2x^2 + 25}_{\text{binom.Formel}}} \\ &= \sqrt{0,04x^4 - x^2 + 25} \checkmark \end{aligned}$$

$$\text{c) } d'(x) = \frac{4 \cdot 0,04 \cdot x^3 - 2x}{2\sqrt{0,04x^4 - 2x^2 + 25}}$$

$$d'(x) = 0 \Rightarrow 0,16x^3 - 2x = 0$$

$$0,16x \cdot (x^2 - \frac{25}{2}) = 0$$

$$x_1 = 0; x_{2/3} = \pm \sqrt{12,5}$$

Minimaler Abstand:

$$d(\sqrt{12,5}) = \sqrt{0,04 \cdot \sqrt{12,5}^4 - \sqrt{12,5}^2 + 25} = \sqrt{6,25 - 12,5 + 25} = \sqrt{18,75} \approx 4,3$$

Der minimale Abstand beträgt also etwa 4,3 m.

$$2 \text{ a) } k(x) = 5\cos(c \cdot x); \quad I : \cos(c \cdot \pm 5) = 0$$

Die erste Nullstelle der achsensymmetrischen Kosinusfunktion befindet sich bei $x = \frac{\pi}{2}$. Es muss also gelten:

$c \cdot 5 = \frac{\pi}{2}$, denn dann wird das Argument beim Einsetzen von der Zahl 5 zu $\frac{\pi}{2}$ und der Kosinus Null.

$$\Rightarrow c = \frac{\pi}{2} : 5 = \frac{\pi}{10}$$

$$\text{Querschnittsfläche: } A = 2 \cdot \int_0^5 5 \cos\left(\frac{\pi}{10} \cdot x\right) dx = 10 \cdot \left[\frac{10}{\pi} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{10} \cdot x\right)\right]_0^5 = \frac{100}{\pi} - 0$$

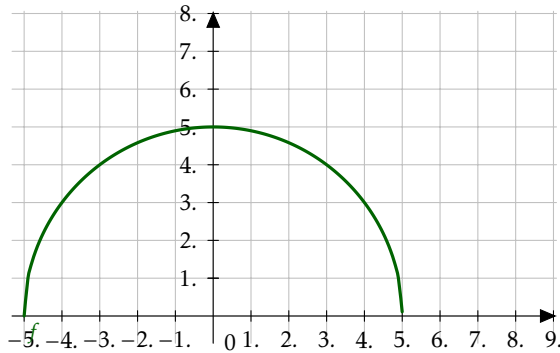
- b) Ein Breite von 6m bedeutet aufgrund der Symmetrie, dass die Höhe bei $x = \pm 3$ 4m oder größer sein muss.

$$f(\pm 3) > 4$$

$$\text{Tatsächlich gilt aber: } p(\pm 3) < 4 \quad k(\pm 3) < 4$$

Also ist Bedingung III für die bisherigen Modellierungen nicht erfüllt.

- 3 a) Es handelt sich um einen Halbkreis mit Radius 5 über dem Fußboden. Deshalb hat jeder Punkt der Wand genau die Entfernung 5m vom Mittelpunkt des Bodens.



$$f(\pm 3) = 4\checkmark$$

- b) Es handelt sich bei dem Flächeninhalt um einen Viertelkreis mit Radius 5:

$$A = \frac{1}{4}\pi r^2 = \frac{25}{4}\pi\checkmark$$

Graph B kommt nicht in Frage, weil seine Flächenbilanz für negative x-Werte positiv ist. Da aber über positive x-Werte in negativer Richtung integriert wird sind die Werte der Integralfunktion negativ. A und C unterscheiden sich durch ihre Tangentensteigung an den Grenzen des Intervalls. Da $f(x)$ an diesen Stellen 0 ist, muss der Graph von $F(x)$ hier waagerechte Tangenten besitzen, was nur für Graph A zutrifft.

- c) $\frac{100}{\pi} \approx 31,83$

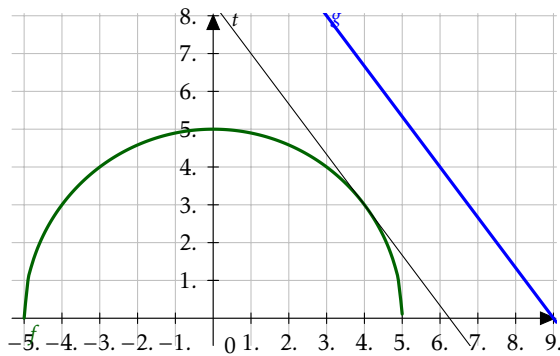
$$\frac{25}{4}\pi \approx 19,63$$

$$\frac{\frac{100}{\pi}}{\frac{25}{4}\pi} \approx \frac{16}{\pi^2} \approx 1,62$$

Der Wert weicht um ungefähr 62 % ab.

$$d) f'(x) = \frac{-2x}{2\sqrt{25-x^2}} = -\frac{x}{\sqrt{25-x^2}}$$

$f'(4) = -\frac{4}{3}$ Die Tangente hat somit die gleiche Steigung wie die Gerade g. Also ist sie parallel.



- e) Ermittlung der Steigung der Normalen mittels $m_n = -\frac{1}{f'(4)}$. Bestimmung des y-Achsenabschnittes der Normalen durch Einsetzen von R. Ermittlung des Schnittpunkte durch Gleichsetzen der Funktionsterme von n(x) und g(x).