

# 1 Abi 90 Ana II

Gegeben ist die Funktion

$$f : x \mapsto x \cdot e^{1-x}$$

mit  $D_f = \mathbb{R}$ ; ihr Graph wird mit  $G_f$  bezeichnet.

1. a) Zeigen Sie, dass  $O(0|0)$  der einzige Achsenschnittpunkt von  $G_f$  ist. Bestimmen Sie das Verhalten von  $f$  für  $x \rightarrow -\infty$  und für  $x \rightarrow +\infty$ .  
(Hinweis:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^x} = 0$  kann ohne Beweis verwendet werden.) (5BE)
  - b) Zeigen Sie, dass für die 1. Ableitung von  $f$  gilt:  $f'(x) = (1-x) \cdot e^{1-x}$ . Geben Sie das Monotonieverhalten von  $f$  sowie Art und Lage des Extrempunktes von  $G_f$  an. (5 BE)
  - c) Untersuchen Sie das Krümmungsverhalten von  $G_f$ ; ermitteln Sie die Lage des Wendepunktes und eine Gleichung der Wendetangente von  $G_f$ . Zeigen Sie, dass die Wendetangente durch den Punkt  $(4|0)$  geht. (10BE)
  - d) Berechnen Sie die Funktionswerte (auf Zehntel gerundet) an den Stellen  $-1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$  und 4.  
Zeichnen Sie nun die Wendetangente und  $G_f$  im Bereich  $[-1;4]$  unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse (Hochformat, Ursprung im oberen Drittel, Längeneinheit 2cm). (7BE)
2. Für eine Funktion  $F$  besteht die Beziehung  $F(x) = -e^{1-x} - f(x); D_F = \mathbb{R}$ .
- a) Bestätigen Sie durch Rechnung, dass  $F$  Stammfunktion von  $f$  ist. (4BE)
  - b) Bestimmen Sie für  $k \in \mathbb{R}$  eine integralfreie Darstellung von

$$J(k) = \int_{-1}^k f(x) dx.$$

Zeigen Sie, dass  $\lim_{k \rightarrow \infty} J(k) = 0$  ist.

Was bedeutet dies für die zwei zwischen  $G_f$  und der  $x$ -Achse im Bereich  $[-1; \infty]$  gelegenen Flächenstücke? (9BE)