

1 Abi 07 Lsg Geo I

$A(8|2|0), B(8|3|2), C(8|-3|2), D(8|-2|0), B'(0|3|2)$

$$\begin{aligned} 1. \text{ a) } \vec{u} = \vec{AB} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}; & \vec{v} = \vec{AB'} &= \begin{pmatrix} -8 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \\ \vec{n}' = \vec{u} \times \vec{v} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -8 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -16 \\ 8 \end{pmatrix} \\ \Rightarrow \vec{n} &= \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

KoFo von E: $-2x_2 + x_3 + c = 0$

A einsetzen:

$$-2 \cdot 2 + 0 + c = 0 \Rightarrow c = 4$$

KoFo von E:

$$-2x_2 + x_3 + 4 = 0 \text{ oder: } 2x_2 - x_3 - 4 = 0$$

$$\text{b) } \vec{AD} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{BC} = \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix} = 1,5 \cdot \vec{AD}$$

Die Vektoren sind linear abhängig, also ist die Seite [AD] parallel zur Seite [BC].

Nachdem alle x_1 -Koordinaten identisch sind, steht das Trapez parallel zur x_2x_3 -Ebene im Raum.

Die einzig mögliche Symmetrie eines Trapezes ist Achsensymmetrie. Dazu müsste die Verbindungsline der Mittelpunkte der parallelen Seiten senkrecht auf den Seiten stehen:

$$\begin{aligned} \vec{M} &= \frac{1}{2} \cdot (\vec{A} + \vec{D}) = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \vec{N} &= \frac{1}{2} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\vec{z} = \vec{MN} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{z} \circ \vec{AD} = 0 \cdot 0 + 0 \cdot (-4) + 2 \cdot 0 = 0 \checkmark$$

$$\vec{z} \circ \vec{BC} = 0 \cdot 0 + 0 \cdot (-6) + 2 \cdot 0 = 0 \checkmark$$

Das Trapez ist also achsensymmetrisch.

c) Die x_2 -Achse lässt sich durch $(0|y|0)$ darstellen. In KoFo von E:

$$2y - 0 - 4 = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow \vec{A}' = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Rechtwinkligkeit:

$$\vec{A}' \circ \vec{AD} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} = 8 \cdot 0 + 0 \cdot (-4) + 0 \cdot 0 = 0 \checkmark$$

$$D' = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

d) Spiegelung an x_1x_3 -Ebene: x_2 -Koordinate ändert ihr Vorzeichen:

$$C' = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

2. a) Berechne den Winkel zwischen beiden Normalenvektoren.

$$x_1x_2\text{-Ebene hat den Normalenvektor: } \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\vec{n}_0 \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}{|\vec{n}| \cdot 1} = \frac{-1}{\sqrt{5}} \approx -0,45$$

$$\Rightarrow \alpha \approx 63,43$$

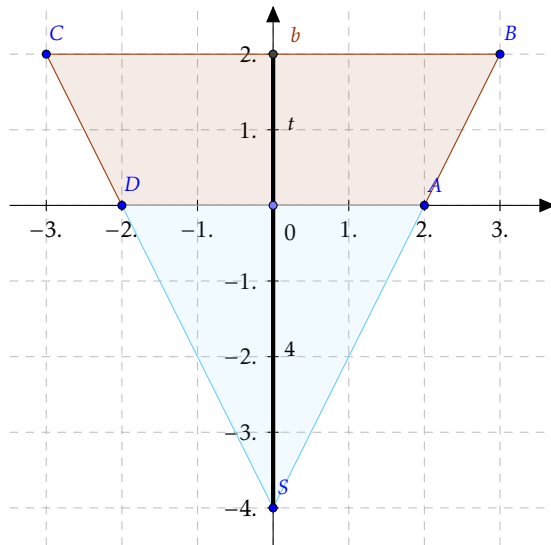
b) Berechnung der Trapezfläche: $h = 4m; a = 12m; c = 8m;$

$$A = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (a + c) = 40m^2$$

Länge des Kanalstücks (Angabe): $16m$

$$V = 16m \cdot 40m^2 = 640m^3 \checkmark$$

c) 2D-Grafik:



Nach dem Strahlensatz gilt: $\frac{b}{t+8m} = \frac{8m}{8m}$

$$\Rightarrow b = 1 \cdot (t + 8m) = t + 8m$$

Querschnittsfläche:

$$A_T = \frac{1}{2} \cdot t \cdot (8m + b) = 0,45A_0 = 0,45 \cdot 40m^2 = 18m^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot t \cdot (8m + t + 8m) = 18m^2$$

$$t \cdot (t + 16m) = 36m^2; t > 0$$

$$t^2 + 16m \cdot t - 36m^2 = 0$$

$$(t - 2m)(t + 18m) = 0$$

$$t = 2m$$

