Abi 13 Lsg WS I

1. a) $P(\text{"Genau 10 Spender mit Blutgruppe A"}) = \binom{25}{10} \cdot 0,43^{10} \cdot 0,57^{15} = 0,154$

   b) $P_{0,35}^{25}(X > 12) = 1 - P_{0,35}^{25}(X \leq 12) = 1 - 0,94 = 0,06$

   c) Der Patient kann Blut von B Rh- und von 0 Rh- erhalten. Zusammen sind das 8 % der Spender.

   $P_{0,08}^{n}(X \geq 1) > 0,95$

   $1 - P_{0,08}^{n}(X = 0) > 0,95$

   $P_{0,08}^{n}(X = 0) < 1 - 0,95$

   $0,92^n < 0,05$

   $n \cdot ln(0,92) < ln(0,05)$

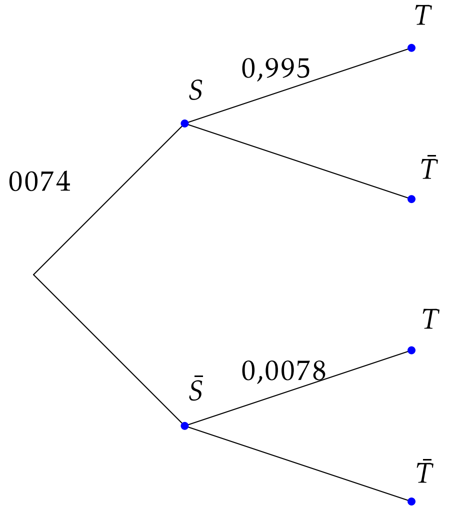
   $n > \frac{ln(0,05)}{ln(0,92)} \approx 35,9$

   Es müssten mindestens 36 zufällig ausgewählte Personen Blut spenden.

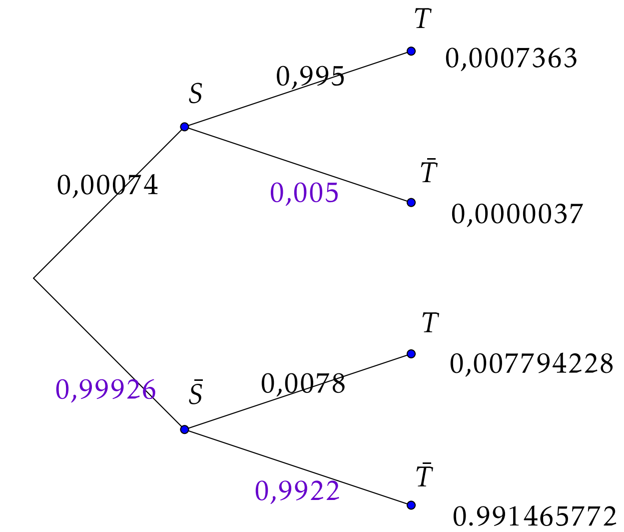
2. a) Das Ereignis $\overline{S \cup T}$ steht für alle Kinder die weder eine Stoffwechselstörung noch ein positives Testergebnis haben.

   b) Gegeben: $P(S) = 0,00074$; $P_S(T) = 0,995$; $P_{\bar{S}}(T) = 0,0078$;

   Konstruiere den Baum:



Da jeweils der zweite Zweig nicht beschriftet ist, lassen sich alle Wahrscheinlichkeiten so ergänzen, dass sich über der Zweigsumme jeweils 100% ergibt:



Damit lässt sich nun auch $P(T)$ berechnen, indem man die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Pfade addiert:

$P(T) = 0,00074 \cdot 0,995 + 0,99926 \cdot 0,0078 \approx 0,0085$

Zur Berechnung der bedingten Wahrscheinlichkeit lässt sich die entsprechende Formel einsetzen:

$P_T(S) = \frac{P(S \cap T)}{P(T)} = \frac{0{,}00074 \cdot 0{,}995}{0{,}0085} \approx 0,086$

Die Wahrscheinlichkeit, dass die Stoffwechselstörung vorliegt ist selbst bei einem positiven Testergebnis mit 8,6 % noch gering.

c) X: Anzahl der negativ getesten Kinder mit Stoffwechselstörung

$p = P(S \cap \bar{T}) = 0,00074 \cdot 0,005 = 3,7 \cdot 10^{-6}$

$E(X) = n \cdot p = 10^6 \cdot 3,7 \cdot 10^{-6} = 3,7$

Im Mittel sind also 3,7 Kinder auf eine Million zu erwarten, bei denen der Test nicht anschlägt, die aber so eine Stoffwechselstörung aufweisen.

3. a) Betrachtet man eine Farbe, so zieht man zuerst aus drei von neun, dann aus zwei von acht und zuletzt eine von sieben. Da dies für jede Farbe gilt hat man dafür drei Möglichkeiten. $p = 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{28}$

b) Pro Spiel sind im Mittel in 27 von 28 Fällen 2 Euro Einnahmen zu erwarten. Im 28. Fall ist die Ausgabe des Gewinns bei 2 Euro Einnahmen zu erwarten. Im Mittel soll das 1,25 Euro ergeben:

$E(X) = 1,25 = 2 \cdot \frac{27}{28} + (2 - g) \cdot \frac{1}{28}$

$1,25 \cdot 28 = 54 + 2 - g$

$35 - 56 = -g \Rightarrow g = 21$