

Abi 99 Lsg Ana I

1. a) Definitionsbereich:

$$D_k = \mathbb{R} \setminus \{-k\}$$

Nullstelle:

Zähler muss Null sein: $x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} -\underbrace{\frac{x^2}{x+k}}_{<0} = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} -\underbrace{\frac{x^2}{x+k}}_{>0} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -k^-} = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow -k^+} = -\infty$$

b) $f'(x) = -\frac{2x \cdot (x+k) - x^2 \cdot 1}{(x+k)^2} = -\frac{2x^2 + 2kx - x^2}{(x+k)^2} = -\frac{x^2 + 2kx}{(x+k)^2} = -\frac{x(x+2k)}{(x+k)^2} \checkmark$

Nullstellen von $f'(x)$:

$$x \cdot (x+2k) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -2k$$

	$x < -2k$	$x = -2k$	$-2k < x < -k$	$x = -k$	$-k < x < 0$	$x = 0$	$0 < x$
$f'(x)$	-	0	+	n.def.	+	0	-
G_f	↘	TIP	↗	n.def.	↗	HOP	↘

TIP($-2k|4k$) und HOP($0|0$).

- c) Für alle Extrema gilt E($-2k|4k$) worin auch $(0|0)$ enthalten ist.

$$x_E = -2k \Leftrightarrow k = -\frac{x_E}{2} \quad \text{in } y_E = 4k = 4 \cdot \left(-\frac{x_E}{2}\right) = -2x_E$$

Also $g : y = -2x$.

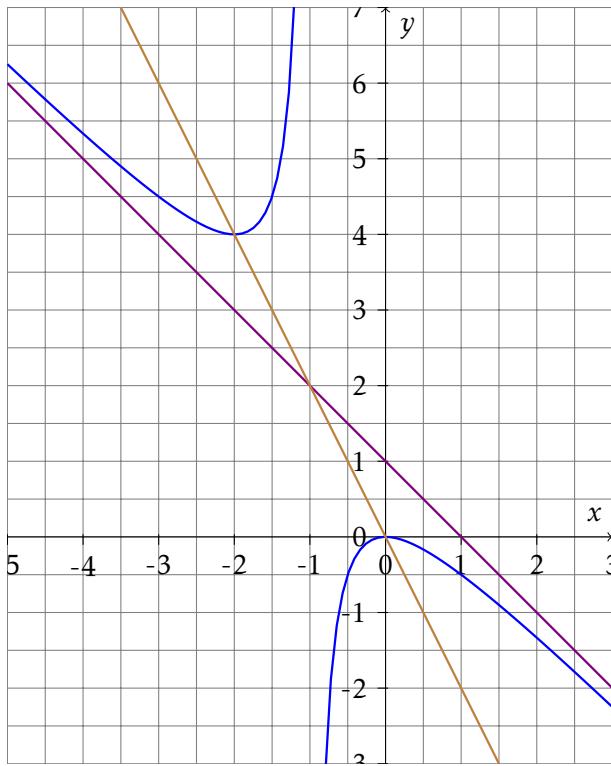
2. a) $f_1(x) = -\frac{x^2}{x+1} = -x + 1 - \frac{1}{x+1}$.

Für große x fällt der 3. Summand praktisch weg, daher ergibt sich als schräge Asymptote $y = -x + 1$.

Gemeinsame Punkte von f und schräger Asymptote:

$-x + 1 = -x + 1 - \frac{1}{x+1} \Leftrightarrow 0 = -\frac{1}{x+1}$ was nicht lösbar ist, da der Zähler nicht 0 werden kann. Also gibt es keinen Schnittpunkt von Graph und Asymptote.

- b) Zeichnung:



c) Wegen der Punktsymmetrie zu $(-1|2)$ muss gelten $-2 + f(-1-t) = 2 - f(-1+t)$.

3. $F : x \mapsto -\frac{1}{2}x^2 + x - \ln(x+1) \quad x > -1$

a) $F'(x) = -\frac{1}{2} \cdot 2x + 1 - \frac{1}{x+1} = -x + 1 - \frac{1}{x+1} \checkmark$

$$\begin{aligned}
 b) \quad A(u) &= \int_0^u -x + 1 - f(x) dx \\
 &= \left[-\frac{1}{2}x^2 + x - \left(-\frac{1}{2}x^2 + x - \ln(x+1) \right) \right]_0^u \\
 &= \left[-\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{2}x^2 - x + \ln(x+1) \right]_0^u \\
 &= [\ln(x+1)]_0^u \\
 &= \ln(u+1) - \ln(1) \\
 &= \ln(u+1)
 \end{aligned}$$

$$\ln(u+1) = 1 \Leftrightarrow e^{\ln(u+1)} = e^1 \Leftrightarrow u+1 = e \Leftrightarrow u = e-1$$

