Abi 99 Lsg Ana I

1. a) Definitionsbereich:

   $D_k = \mathbb{R} \setminus \{-k\}$

   Nullstelle:

   Zähler muss Null sein: $x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

   $\lim\limits_{x\to-\infty} -\underbrace{\frac{x^2}{x+k}}_{<0} = +\infty \qquad \lim\limits_{x\to+\infty} -\underbrace{\frac{x^2}{x+k}}_{>0} = -\infty$

   $\lim\limits_{x\to-k-} = +\infty \qquad \lim\limits_{x\to-k+} = -\infty$

   b) $f'(x) = -\frac{2x\cdot(x+k)-x^2\cdot 1}{(x+k)^2} = -\frac{2x^2+2kx-x^2}{(x+k)^2} = -\frac{x^2+2kx}{(x+k)^2} = -\frac{x(x+2k)}{(x+k)^2} \checkmark$

   Nullstellen von $f'(x)$:

   $x \cdot (x+2k) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -2k$

	x < -2k	x = -2k	-2k < x <-k	x = -k	-k < x < 0	x = 0	0 < x
$f'(x)$	-	0	+	n.def.	+	0	-
G_f	$\searrow$	TIP	$\nearrow$	n.def.	$\nearrow$	HOP	$\searrow$

   TIP$(-2k|4k)$ und HOP$(0|0)$.

   c) Für alle Extrema gilt E(-2k|4k) worin auch (0|0) enthalten ist.

   $x_E = -2k \Leftrightarrow k = -\frac{x_E}{2} \qquad$ in $y_E = 4k = 4 \cdot \left(-\frac{x_E}{2}\right) = -2x_E$

   Also $g : y = -2x$.

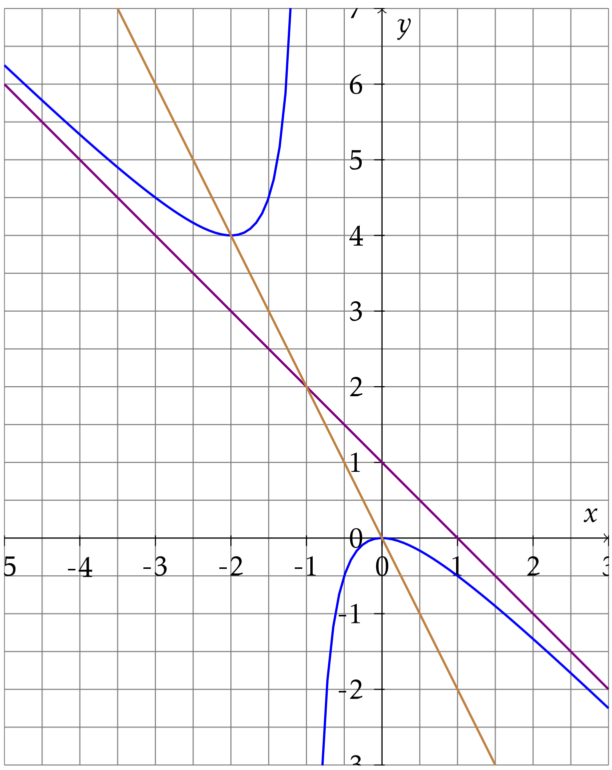
2. a) $f_1(x) = -\frac{x^2}{x+1} = -x + 1 - \frac{1}{x+1}$.

   Für große x fällt der 3. Summand praktisch weg, daher ergibt sich als schräge Asymptote $y = -x + 1$.

   Gemeinsame Punkte von f und schräger Asymptote:

   $-x + 1 = -x + 1 - \frac{1}{x+1} \Leftrightarrow 0 = -\frac{1}{x+1}$ was nicht lösbar ist, da der Zähler nicht 0 werden kann. Also gibt es keinen Schnittpunkt von Graph und Asymptote.

   b) Zeichnung:



c) Wegen der Punktsymmetrie zu (-1|2) muss gelten $-2+f(-1-t) = 2-f(-1+t)$.

3. $F: x \mapsto -\frac{1}{2}x^2 + x - ln(x+1) \qquad x > -1$

   a) $F'(x) = -\frac{1}{2} \cdot 2x + 1 - \frac{1}{x+1} = -x + 1 - \frac{1}{x+1}$ ✓

   b) $A(u) = \int\limits_0^u -x + 1 - f(x)\_dx$

   $= \left[-\frac{1}{2}x^2 + x - \left(-\frac{1}{2}x^2 + x - ln(x+1)\right)\right]_0^u$

   $= \left[-\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{2}x^2 - x + ln(x+1)\right]_0^u$

   $= [ln(x+1)]_0^u$

   $= ln(u+1) - ln(1)$

   $= ln(u+1)$

   $ln(u+1) = 1 \Leftrightarrow e^{ln(u+1)} = e^1 \Leftrightarrow u+1 = e \Leftrightarrow u = e-1$