Abi 21 Lsg WS II

A Teil A

a)

k	0	1	2	3	4	5
$P(X \leq k)$	0,05	0,20	0,50	0,80	0,95	1

b) Für die gegebene Verteilung ergibt sich

$$\mu = 0 \cdot 0,05 + 1 \cdot 0,15 + 2 \cdot 0,3 + 3 \cdot 0,3 + 4 \cdot 0,15 + 5 \cdot 0,05 = 2,5$$

Wenn es eine Binomialverteilung wäre, dann würde gelten:

$$\mu = 2,5 = n \cdot p = 5 \cdot p \Rightarrow p = 0,5$$

Dann wäre aber $P(X = 0) = 1 \cdot (\frac{1}{2})^0 \cdot (\frac{1}{2})^5 = \frac{1}{32} \neq 0,05$ wie in der Tabelle.

B Teil B

1 Drei Gummibärchen mit gleicher Farbe. Das können keine roten (sind nur zwei in der Packung) sein. Berechnung mit der hypergeometrischen Verteilung:

$$p = \underbrace{\frac{\binom{5}{3} \cdot \binom{5}{0}}{\binom{10}{3}}}_{\text{weiss}} + \underbrace{\frac{\binom{3}{3} \cdot \binom{7}{0}}{\binom{10}{3}}}_{\text{grün}} = \frac{10}{120} + \frac{1}{120} = \frac{11}{120}$$

2 a) $\frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}$. Mehr als ein Drittel rot:

$$P(X > 16) = 1 - P(X \leq 16) \approx 0,983$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 9,8 % ist mindestens ein Drittel der Gummibärchen rot.

b) $\sum\limits_{k=0}^{3} \left(0,75^k \cdot 0,25\right) = 1 \cdot 0,25 + 0,75 \cdot 0,25 + 0,75^2 \cdot 0,25 + 0,75^3 \cdot 0,25$

'Von den ersten vier Gummibärchen ist mindestens eines rot" c)

$$\begin{aligned}
P_p^{50}(X \geq 1) &\geq 0,95 \\
1 - P_p^{50}(X = 0) &\geq 0,95 \\
1 - 0,95 &\geq P_p^{50}(X = 0) \\
0,05 &\geq (1-p)^{50} \\
\sqrt[50]{0,05} &\geq 1 - p \\
p &\geq 1 - \sqrt[50]{0,05} \approx 0,0582
\end{aligned}$$

Die Wahrscheinlichkeit muss also über 5,82 % liegen. Es müssen also mehr als 2,9 Gummibärchen in der Packung sein. Ab drei gelben Gummibärchen ist die Wahrscheinlichkeit für mindestens ein gelbes Gummibärchen in der Tüte bei mindestens 95 %.

3 a) Zwei Kriterien: vegan, nicht-vegan und zuckerreduziert, nicht-zuckerreduziert.

75 % nicht vegan, 25 % vegan. Von den veganen sind 42 % zurckerreduziert. 63 % aller Tüten sind weder vegan noch zuckerreduziert. Umsetzung der Angaben in eine Vierfeldertafel:

	V	$\bar{V}$	Σ
R	$0,42 \cdot 0,25$		
$\bar{R}$		0,63	
Σ	0,25	0,75	1

Ausfüllen der Tabelle:

	V	$\bar{V}$	Σ
R	0,105	0,12	0,225
$\bar{R}$	0,145	0,63	0,775
Σ	0,25	0,75	1

$p(\bar{R}) = 0,775$

b) $P_{\bar{V}}(R) = \frac{0,12}{0,75} = 0,16$

c) Der Term beschreibt die Wahrscheinlichkeit unter allen nicht veganen Tüten eine nicht zuckerreduzierte zu finden.

4 a)

$$\begin{aligned}
p_0 + p_1 + 0,2 + 0,1 = 1 \Rightarrow p_0 = 0,7 - p_1 \\
0 \cdot p_0 + 1 \cdot p_1 + 2 \cdot 0,2 + 3 \cdot 0,1 &= 1 \\
p_1 + 0,7 &= 1 \\
p_1 &= 0,3 \\
p_0 &= 0,7 - 0,3 = 0,4 \\
Var(X) &= (0-1)^2 \cdot 0,4 + 0^2 \cdot 0,3 + 1^2 \cdot 0,2 + 2^2 \cdot 0,1 \\
&= 0,4 + 0,2 + 0,4 = 1
\end{aligned}$$

b) Standardabweichung: $\sigma(Y_n) = \sqrt{Var(Y_n)}$

Relative Standardabweichung: $\frac{\sqrt{Var(Y_n)}}{E(Y_n)} = \frac{\sqrt{n}}{n} = 0,05$

$$\begin{aligned}
\frac{\sqrt{n}}{n} &= \frac{1}{20} \\
\frac{1}{\sqrt{n}} &= \frac{1}{20} \\
\sqrt{n} &= 20 \\
n &= 20^2 \quad = 400
\end{aligned}$$