

Abi 21 Lsg WS II

A Teil A

$$\text{a) } \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c} k & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline P(X \leq k) & 0,05 & 0,20 & 0,50 & 0,80 & 0,95 & 1 \end{array}$$

b) Für die gegebene Verteilung ergibt sich

$$\mu = 0 \cdot 0,05 + 1 \cdot 0,15 + 2 \cdot 0,3 + 3 \cdot 0,3 + 4 \cdot 0,15 + 5 \cdot 0,05 = 2,5$$

Wenn es eine Binomialverteilung wäre, dann würde gelten:

$$\mu = 2,5 = n \cdot p = 5 \cdot p \Rightarrow p = 0,5$$

Dann wäre aber $P(X = 0) = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32} \neq 0,05$ wie in der Tabelle.

B Teil B

1 Drei Gummibärchen mit gleicher Farbe. Das können keine roten (sind nur zwei in der Packung) sein. Berechnung mit der hypergeometrischen Verteilung:

$$p = \underbrace{\frac{\binom{5}{3} \cdot \binom{5}{0}}{\binom{10}{3}}}_{\text{weiss}} + \underbrace{\frac{\binom{3}{3} \cdot \binom{7}{0}}{\binom{10}{3}}}_{\text{grün}} = \frac{10}{120} + \frac{1}{120} = \frac{11}{120}$$

2 a) $\frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}$. Mehr als ein Drittel rot:

$$P(X > 16) = 1 - P(X \leq 16) \approx 0,983$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 9,8 % ist mindestens ein Drittel der Gummibärchen rot.

$$\text{b) } \sum_{k=0}^3 (0,75^k \cdot 0,25) = 1 \cdot 0,25 + 0,75 \cdot 0,25 + 0,75^2 \cdot 0,25 + 0,75^3 \cdot 0,25$$

‘Von den ersten vier Gummibärchen ist mindestens eines rot’

c)

$$\begin{aligned}
 P_p^{50}(X \geq 1) &\geq 0,95 \\
 1 - P_p^{50}(X = 0) &\geq 0,95 \\
 1 - 0,95 &\geq P_p^{50}(X = 0) \\
 0,05 &\geq (1-p)^{50} \\
 \sqrt[50]{0,05} &\geq 1-p \\
 p &\geq 1 - \sqrt[50]{0,05} \approx 0,0582
 \end{aligned}$$

Die Wahrscheinlichkeit muss also über 5,82 % liegen. Es müssen also mehr als 2,9 Gummibärchen in der Packung sein. Ab drei gelben Gummibärchen ist die Wahrscheinlichkeit für mindestens ein gelbes Gummibärchen in der Tüte bei mindestens 95 %.

3 a) Zwei Kriterien: vegan, nicht-vegan und zuckerreduziert, nicht-zuckerreduziert.

75 % nicht vegan, 25 % vegan. Von den veganen sind 42 % zuckerreduziert. 63 % aller Tüten sind weder vegan noch zuckerreduziert. Umsetzung der Angaben in eine Vierfeldertafel:

	V	\bar{V}	Σ
R	$0,42 \cdot 0,25$		
\bar{R}		0,63	
Σ	0,25	0,75	1

Ausfüllen der Tabelle:

	V	\bar{V}	Σ
R	0,105	0,12	0,225
\bar{R}	0,145	0,63	0,775
Σ	0,25	0,75	1

$$p(\bar{R}) = 0,775$$

b) $P_{\bar{V}}(R) = \frac{0,12}{0,75} = 0,16$

c) Der Term beschreibt die Wahrscheinlichkeit unter allen nicht veganen Tüten eine nicht zuckerreduzierte zu finden.

4 a)

$$\begin{aligned}p_0 + p_1 + 0,2 + 0,1 &= 1 \Rightarrow p_0 = 0,7 - p_1 \\0 \cdot p_0 + 1 \cdot p_1 + 2 \cdot 0,2 + 3 \cdot 0,1 &= 1 \\p_1 + 0,7 &= 1 \\p_1 &= 0,3 \\p_0 &= 0,7 - 0,3 = 0,4 \\Var(X) &= (0-1)^2 \cdot 0,4 + 0^2 \cdot 0,3 + 1^2 \cdot 0,2 + 2^2 \cdot 0,1 \\&= 0,4 + 0,2 + 0,4 = 1\end{aligned}$$

b) Standardabweichung: $\sigma(Y_n) = \sqrt{Var(Y_n)}$

Relative Standardabweichung: $\frac{\sqrt{Var(Y_n)}}{E(Y_n)} = \frac{\sqrt{n}}{n} = 0,05$

$$\frac{\sqrt{n}}{n} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{1}{20}$$

$$\sqrt{n} = 20$$

$$n = 20^2 = 400$$