Abi 20 Lsg WS II

A Teil A

a) $P(Summe = 4) = P(13, 31) = p \cdot (1-p) + (1-p) \cdot p = 2p \cdot (1-p)\checkmark$

b)

$$\begin{aligned}
W_X &= \{2, 4, 6\} \quad P(2) = p^2 \quad P(4) = 2p \cdot (1-p) \quad P(6) = (1-p)^2 \\
E(X) &= 2 \cdot p^2 + 4 \cdot 2p \cdot (1-p) + 6 \cdot (1-p)^2 \\
&= 2p^2 + 8p - 8p^2 + 6 - 12p + 6p^2 \\
&= -4p + 6 \\
3 &= -4p + 6 \\
-3 &= -4p \qquad \Rightarrow p = \frac{3}{4}
\end{aligned}$$

B Teil B

1 a) Die drei Spielführerinnen können, ganz links, an zweiter Position von links... usw stehen. Das macht sieben Möglichkeiten. Die Personen können in dieser Konstellation untereinander vertauscht werden. Das macht für die Mädels 3! und für die Jungs 6! Möglichkeiten. Ergibt sich also insgesamt:

$N = 7 \cdot 3! \cdot 6! = 30240$ Möglichkeiten

b) Max verwendet das Modell "Ziehen mit Zurücklegen", da er hier mit einer Bernoullikette für Jungen (Trefferws $\frac{2}{3}$) modelliert. Die Wahrscheinlichkeit ist in diesem Fall:

$P(X = 5) = \binom{10}{5} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \approx 0,137$

Die für den Sachkontext realistischere Annahme ist "Ziehen ohne Zurücklegen", da die Lose nicht zurück in die Urne geworfen werden. Somit müsste er also berechnen:

$P(X = 5) = \frac{\binom{66}{5} \cdot \binom{33}{5}}{\binom{99}{10}} \approx 0,136$

2 a) T: Torwandschießen

E: Elfmeterschießen

$P(T \cup E) = 0,45$

$P(E) = 0,45 + 0,15 = 0,6$

Wenn sich 90 % der Torwandschießer beim Elfmeterschießen eingetragen haben und das 45 % aller Kinder sind, dann haben sich insgesamt 50 % aller Kinder für das Torwandschießen gemeldet (90 % von 50 % sind 45 %).

$P(T) = 0,5 = 0,5$

$P(T) \cdot P(E) = 0,5 \cdot 0,6 = 0,3 \neq 0,45 = P(T \cap E)$

Die Ereignisse sind nicht stochastisch unabhängig.

b) $A = \bar{T} \cap \bar{A} \qquad B = (E \cap \bar{T}) \cup (\bar{E} \cap T)$

3 Um zu gewinnen muss Joe drei oder mehr Treffer erzielen. Für die Modellierung bietet sich eine Bernoullikette an:

$P_{0,2}^{6}(X > 2) = 1 - P_{0,6}^{6}(X \leq 2) \approx 1 - 0,9011 = 0,0989$

Die Bernoullikette basiert auf einer Wiederholung eines Zufallsexperiments mit konstanter Wahrscheinlichkeit. In der Realität kann es z.B. sein, dass bei häufigerem Nichttreffen die Wahrscheinlichkeit für das Treffen abnimmt.

4 Ausgeschrieben bedeutet das:

$$\underbrace{B(6;0,2;0) \cdot B(6;0,3;0)}_{\text{beide kein Treffer}} + \underbrace{B(6;0,2;1) \cdot B(6;0,3;1)}_{\text{beide einen Treffer}} \dots$$

Das ist also die Wahrscheinlichkeit für ein "Unentschieden".

5 $P_p^6(k > 0) = 0,9$

$P_p^6(k = 0) = 0,1$

Die Wahrscheinlichkeit, bei sechs Schüssen nicht zu treffen liegt also bei 10 %.

$$\begin{aligned}
(1-p)^6 &= 0,1 \\
(1-p) &= \sqrt[6]{0,1} \\
1 - \sqrt[6]{0,1} &= p \\
p \approx 1 - 0,68 &= 0,32
\end{aligned}$$