

Abi 20 Lsg WS I

A Teil A

- a) Urne mit drei grünen und zwei roten Würfeln. Zwei werden mit einem Griff entnommen. (hypergeometrische Verteilung). Ein Term für die Wahrscheinlichkeit des Entnehmens eines roten und grünen Würfels:

$$\frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{2}{1}}{\binom{5}{2}}$$

- b) Für alle Wert müssen vom einen Würfel die 1 und die 6 mit der 1, der 3 oder 6 des anderen Würfels addiert werden:

$$W_X = \{2, 4, 7, 9, 12\}$$

$$P(X = 7) = P(16) + P(61) = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

B Teil B

- 1 Gefragt ist eine Vierfeldertafel:
 I : Haushalt mit schnellem Internet
 \bar{I} : anderer Haushalt
 A : Streamingdienst-Abonnement
 \bar{A} : kein Streaming-Abo

	I	\bar{I}	Σ
A	0,24	0,18	0,42
\bar{A}	0,12	0,46	0,58
Σ	0,36	0,64	1

Stochastische Unabhängigkeit: $P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B)$

$$P(A \cup B) = P(I \cup A) = 0,24$$

$$P(A) \cdot P(B) = 0,42 \cdot 0,36 = 0,1512 \neq 0,24$$

Die Ereignisse sind stochastisch abhängig.

2 a) • $P_{0,2}^{10}(X \geq 2) = 1 - P_{0,2}^{10}(X \leq 1) = 1 - P_{0,2}^{10}(X = 0) - P_{0,2}^{10}(X = 1) \approx 0,624$

• $P_{0,2}^{10}(X = 2) \approx 0,302$

- b) Unter den 10 angeschriebenen Haushalten verfügen entweder alle oder keiner bereits über einen schnellen Internetanschluss.

- c) "Trefferwahrscheinlichkeit p": Ein beliebiger angeschriebener Haushalt entscheidet sich für die Einrichtung eines schnellen Internetanschlusses.

$$p = 0,2 \cdot 0,01 = 0,002$$

$$P_{0,002}^n(X > 0) > 0,99$$

$$1 - P_{0,002}^n(X = 0) > 0,99$$

$$1 - 0,99 > P_{0,002}^n(X = 0)$$

$$0,01 > 0,998^n$$

$$n \ln(0,998) < \ln(0,01)$$

$$n > \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,998)}$$

$$n > 2300,3$$

Das Unternehmen müsste mindestens 2301 Haushalte anschreiben.

- 3 a) Sowohl die Werte der Zufallsgröße Y 0,1,2,3,4 als auch deren Wahrscheinlichkeiten liegen symmetrisch zu Y=2.

Das was unterhalb 2 ist, wird jeweils mit der gleichen Wahrscheinlichkeit oberhalb von 2 ausgeglichen.

- b)

$$I : 2a + 2b + \frac{3}{8} = 1$$

$$II : 4a + b + b + 4a = \frac{11}{8}$$

In beiden Gleichungen kommt 2b vor. Subtrahiere: II-I

- c)

$$II' : 8a - 2a = \frac{11}{8} - \frac{5}{8}$$

$$6a = \frac{6}{8} \Rightarrow a = \frac{1}{8}$$

in I:

$$\frac{2}{8} + 2b = \frac{5}{8}$$

$$2b = \frac{3}{8}$$

$$b = \frac{3}{16}$$

- d) Die Zufallsgröße Z hat ebenfalls einen Wertebereich von 0 bis 4 (keinmal Zahl bis zu viermal Zahl), deren Erwartungswert $E(Z) = 2$ ist. Es handelt sich dabei um eine Bernoullikette mit $n = 4$ und $p = 0,5$. Also berechnet sich die Varianz zu:

$VAR(Z) = n \cdot p \cdot q = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 1$. Also streuen die Werte bei Z nicht so stark um den Erwartungswert, wie bei Y . Daher muss 1 und 3 bei Z wahrscheinlicher sein als bei Y . Oder $P(X = 1) = P(X = 3) > b$ und $P(X = 0) = P(X = 4) < a$.