Abi 20 Lsg WS I

A Teil A

a) Urne mit drei grünen und zwei roten Würfeln. Zwei werden mit einem Griff entnommen. (hypergeometrische Verteilung). Ein Term für die Wahrscheinlichkeit des Entnehmens eines roten und grünen Würfels:

$\frac{\binom{3}{1}\cdot\binom{2}{1}}{\binom{5}{1}}$

b) Für alle Wert müssen vom einen Würfel die 1 und die 6 mit der 1, der 3 oder 6 des anderen Würfels addiert werden:

$W_X = \{2, 4, 7, 9, 12\}$

$P(X = 7) = P(16) + P(61) = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

B Teil B

1 Gefragt ist eine Vierfeldertafel:
I: Haushalt mit schnellem Internet
$\bar{I}$: anderer Haushalt
A: Streamingdienst-Abonnement
$\bar{A}$: kein Streaming-Abo

	I	$\bar{I}$	Σ
A	0,24	0,18	0,42
$\bar{A}$	0,12	0,46	0,58
Σ	0,36	0,64	1

Stochastische Unabhängigkeit: $P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B)$

$P(A \cup B) = P(I \cup A) = 0,24$

$P(A) \cdot P(B) = 0,42 \cdot 0,36 = 0,1512 \neq 0,24$

Die Ereignisse sind stochastisch abhängig.

2 a)
- $P_{0,2}^{10}(X \geq 2) = 1 - P_{0,2}^{10}(X \leq 1) = 1 - P_{0,2}^{10}(X = 0) - P_{0,2}^{10}(X = 1) \approx 0,624$
- $P_{0,2}^{10}(X = 2) \approx 0,302$

b) Unter den 10 angeschriebenen Haushalten verfügen entweder alle oder keiner bereits über einen schnellen Internetanschluss.

c) "Trefferwahrscheinlichkeit p": Ein beliebiger angeschriebener Haushalt entscheidet sich für die Einrichtung eines schnellen Internetanschlusses.

$$\begin{aligned} p &= 0,2 \cdot 0,01 = 0,002 \\ P_{0,002}^{n}(X > 0) &> 0,99 \\ 1 - P_{0,002}^{n}(X = 0) &> 0,99 \\ 1 - 0,99 &> P_{0,002}^{n}(X = 0) \\ 0,01 &> 0,998^{n} \\ nln(0,998) &< ln(0,01) \\ n &> \frac{ln(0,01}{ln(0,998)} \\ n &> 2300,3 \end{aligned}$$

Das Unternehmen müsste mindestens 2301 Haushalte anschreiben.

3 a) Sowohl die Werte der Zufallsgröße Y 0,1,2,3,4 als auch deren Wahrscheinlichkeiten liegen symmetrisch zu Y=2.
Das was unterhalb 2 ist, wird jeweils mit der gleichen Wahrscheinlichkeit oberhalb von 2 ausgeglichen.

b)

$$\begin{aligned} I :& 2a + 2b + \frac{3}{8} = 1 \\ II :& 4a + b + b + 4a = \frac{11}{8} \end{aligned}$$

In beiden Gleichungen kommt 2b vor. Subtrahiere: II-I

c)

$$\begin{aligned} II' : 8a - 2a &= \frac{11}{8} - \frac{5}{8} \\ 6a &= \frac{6}{8} \Rightarrow a = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

in I:

$$\begin{aligned} \frac{2}{8} + 2b &= \frac{5}{8} \\ 2b &= \frac{3}{8} \\ b &= \frac{3}{16} \end{aligned}$$

d) Die Zufallsgröße Z hat ebenfalls einen Wertebereich von 0 bis 4 (keinmal Zahl bis zu viermal Zahl), deren Erwartungswert E(Z) = 2 ist. Es handelt sich dabei um eine Bernoullikette mit n = 4 und p = 0,5. Also berechnet sich die Varianz zu:

   $VAR(Z) = n \cdot p \cdot q = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 1$. Also streuen die Werte bei Z nicht so stark um den Erwartungswert, wie bei Y. Daher muss 1 und 3 bei Z wahrscheinlicher sein als bei Y. Oder $P(X = 1) = P(X = 3) > b$ und $P(X = 0) = P(X = 4) < a$.