Abi 20 Lsg Geo I

A 1 $P(8|-5|1), M(5|-1|1)$

a) M ist der Mittelpunkt der Strecke [PQ], also gilt:

$$\vec{Q} = \vec{M} + \vec{PM} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$r = \left|\vec{PM}\right| = \left|\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{9+16} = 5$$

$$\left|\vec{R} - \vec{M}\right| = \left|\begin{pmatrix} 9 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}\right| = \left|\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}\right| = 5\checkmark$$

b) R liegt auf einem Kreis mit Durchmesser [PQ], also einem Thaleskreis über [PQ]. Daher liegt bei R ein rechter Winkel.

B a) Alle B_i unterscheiden sich nur in der z-Koordinate von A_i, da sie sich senkrecht darüber befinden. A_1 und A_2 befinden sich in der x_1x_3-Ebene, daher sind die zugehörigen Bs 6m hoch:

$B_1(0|0|6), B_2(20|0|6)$ und die anderen zwei auf 4m Höhe: $B_3(20,10,4), B_4(0,10,4)$.

Für alle B-Koordinaten muss gelten $x_2 + 5x_3 = 30$:

$B_1 : 0+5\cdot 6 = 30\checkmark;$ $\quad B_2 : 0+5\cdot 6 = 30\checkmark;$

$B_3 : 10+5\cdot 4 = 30\checkmark$ $\quad B_4 : 10+5\cdot 4 = 30$

b) Bilde den Winkel zwischen den Normalenvektoren der x_1x_2-Ebene (Fußboden) und der Dachfläche E:

$$cos(\alpha) = \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}}{1\cdot\sqrt{0^2+1^2+5^2}} = \frac{5}{\sqrt{26}}$$

$\Rightarrow \alpha \approx 11,31$

c) Bilde die Gerade durch B_3 und B_4.
Untersuche für alle Geradenpunkte ob $\vec{XT} \circ \vec{XB_1} = 0$:

$$g : \vec{X} = \vec{B}_3 + \lambda'(\vec{B}_4 - \vec{B}_3) = \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda' \cdot \begin{pmatrix} -20 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20-\lambda \\ 10 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\left[\begin{pmatrix} 7 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 20-\lambda \\ 10 \\ 4 \end{pmatrix}\right] \circ \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 20-\lambda \\ 10 \\ 4 \end{pmatrix}\right] = 0$$

$$\begin{pmatrix} -13+\lambda \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} \lambda-20 \\ -10 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$$

$(\lambda-13)\cdot(\lambda-20) - 8 = 0$

$\lambda^2 - 13\lambda - 20\lambda + 260 - 8 = 0$

$(\lambda-21)\cdot(\lambda-12) = 0$

Ein Punkt (P) liegt auf der Kante ($\lambda = 12$), der andere liegt außerhalb des Daches ($\lambda = 21$). Die Koordinaten sind $P(8|10|4)$.

d) $L(10|0|12)$:

$\vec{B_2L} \times \vec{B_3L} = \begin{pmatrix} -10 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -10 \\ -10 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 60 \\ 20 \\ 100 \end{pmatrix}$

Als Normalenvektor bietet sich an: $\vec{n} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. In der Ebene liegt der Punkt L, also muss gelten:

$3 \cdot 10 + 1 \cdot 0 + 5 \cdot 12 + c = 0 \Rightarrow c = -90$

$3x_1 + x_2 + 5x_3 - 90 = 0 \checkmark$

e) Setze die Paramaterform des "Fußbodens" in F ein:

$\vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \sigma \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \tau \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma \\ \tau \\ 0 \end{pmatrix}$

$3\sigma + \tau + 0 - 90 = 0$

$\tau = -3\sigma - 90$ in die PaFo: $g : \vec{X} = \begin{pmatrix} \sigma \\ -3\sigma - 90 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -90 \\ 0 \end{pmatrix} + \sigma \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$

f) Die Grundfläche des Hallenmodells ist hier im Maßstab 1:5 dargestellt. Also befindet sich der Aufpunkt der angegebenen Gerade 6 Kästchen in x_1-Richtung. Von dort aus kann man einen zweiten Punkt für $\lambda = -5$ nehmen, das wäre der Punkt $P(25|15|0)$.