Abi 18 Lsg Ana I

A 1 $f_1(x) = \frac{2x+3}{(x+2)(x-2)}$
Nullstelle: $x = -1,5$; Definitionsmenge: $D_f 1 = \mathbb{R} \setminus \{-2;+2\}$

item $f_2(x) = ln(x+2)$;

Nullstelle: $x = -1$; Definitionsmenge: $x + 2 > 0 \Rightarrow x > -2$; $\quad D_f 2 =]-2;+\infty[$

2 Gesucht ist ein Terassenpunkt in $P(2|1)$. Also kann man z.B. $f : x \mapsto x^3$ um 2 in positiver x-Richtung und 1 in positiver y-Richtung verschieben:

$g(x) = (x-2)^3 + 1$

3 $f(x) = -x^3 + 9x^2 - 15x - 25$

$f'(x) = -3x^2 + 18x - 15$

$(1) f'(0) = -15 \checkmark$

(2) dazu muss die Steigung an dieser Stelle den Wert 0 besitzen und der y-Wert ebenfalls an dieser Stelle 0 sein:

$f'(5) = 75 + 90 - 15 = 0 \checkmark$ die tangente ist als waagerecht

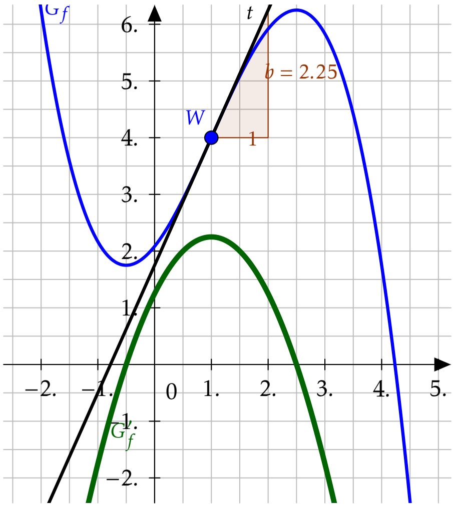
$f(5) = -125 + 225 - 75 - 25 = 0 \checkmark$

(3) Wenn sowohl Funktionswert als auch Steigung mit dem Graphen von f übereinstimmen, dann ist t eine Tangente.

Funktionswert: $f(-1) = +1 + 9 + 15 - 25; \quad t(0) = +36 - 36 = 0; \checkmark$

Steigung: $f'(-1) = -3 - 18 - 15 = -36; \quad m_T = -36; \checkmark$

4 Graph



5 a) $a > 0 \Rightarrow$ der Exponent der höchsten Potenz ist ungerade und der Koeffizient ist positiv. Also gilt:

$$\lim_{x\to-\infty} = -\infty; \quad \lim_{x\to+\infty} = +\infty$$

Dies trifft nur für Abbildung 2 zu.

b) $f_a'(x) = \frac{3}{a}x^2 - 1$
$f_a'(3) = \frac{3}{a} \cdot 9 - 1 = 0 \Rightarrow a = 27$

B 1 a) Nullstellen:

$$2(ln(x)^2 - 1) = 0$$

$$ln(x)^2 - 1 = 0$$

$$ln(x)^2 = 1$$

$$ln(x) = \pm 1$$

$$x = e^{\pm 1}$$

Tiefpunkt:

$$f'(x) = 2 \cdot (2\ln(x) \cdot \frac{1}{x}) = \frac{4}{x} ln(x)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow ln(x) = 0 \Rightarrow x = 1$$

$f(1) = -2$

Koordinaten des Tiefpunktes: $T(1|-2)$.

b) $f''(x) = -4x^{-2}ln(x) + \frac{4}{x} \cdot \frac{1}{x} = \frac{-4ln(x)+4}{x^2} = \frac{4}{x^2}(1 - ln(x))$

$f''(x) = 0 \Rightarrow 1 = ln(x) \Rightarrow x = e$

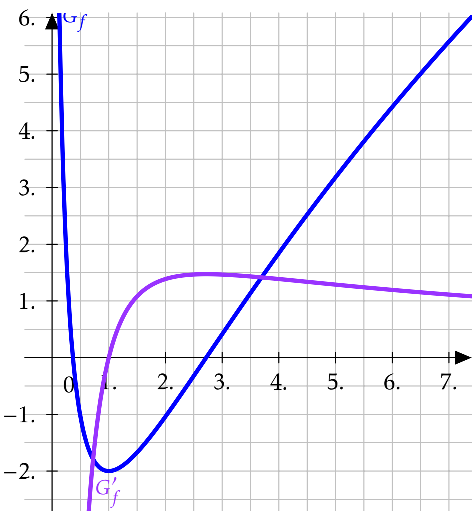
$g(x) = mx + t; \quad m = f'(e) = \frac{4}{e}$

$0 = \frac{4}{e} \cdot e + t \Rightarrow t = -4$

$g(x) = \frac{4}{e} \cdot x - 4$

c) $\lim\limits_{x \to 0} \underbrace{\frac{4}{x}}_{\to\infty} \cdot \underbrace{ln(x)}_{\to-\infty} = -\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \underbrace{\frac{4}{x}}_{\to 0} \cdot \underbrace{ln(x)}_{\to+\infty} = 0$ (ln(x) verliert)



d) $f(e^{-1}) = 0$ (1. Nullstelle der Funktion f)
Die Integralfunktion hat ebenfalls e^{-1} als Nullstelle, da dies die untere Integrationsgrenze ist, d.h. $\int\limits_{e^{-1}}^{e^{-1}} f(x)dx = 0$.

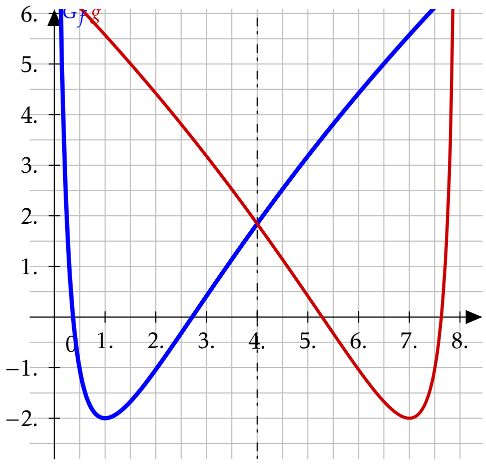
Außerdem existiert eine 2. Nullstelle für die Integralfunktion, da sich für $x > e$ und $x < 6$ die Flächeninhalte unter- und oberhalb der x-Achse ausgleichen.

e) Senkrechte Asymptote: $x = 0$ (Polstelle)

Schräge Asymptote: $1,5x - 4,5$ ($\frac{1}{x}$ wird für große x beliebig klein).

f) $\int_1^2 1,5x - 4,5 + \frac{1}{x} dx = \left[0,75x^2 - 4,5x + ln(x)\right] \approx -1,557$
$A_h \approx 1,557; \quad A_f = 1,623 \Rightarrow \frac{1,557}{1,623} \approx 0,959$
$\Delta A \approx 4,1\%$

2 a) Graph:



b) Eine Verschiebung um 8 in positiver x-Richtung.

$f(-x+8)$, also $a = -1$ und $b = +8$.

c) $f'(4) = 1,39 \Rightarrow \alpha \approx 54,2^o$ (Winkel zwischen Tangente und x-Achse)

Es handelt sich um ein gleichschenkliges Dreieck, also ist der gegenüberliegende Winkel genausogroß.

Daher muss der Scheitelwinkel: $180^o - 2 \cdot 54,2^o = 71,6^o$ betragen.

d) Höchster Punkt (Wasserstand): $f(0,2) \approx 3,18$

Niedrigster Punkt (am Minimimum der Kurve): $f(1) = -2$

$t = 2 + f(0,2) \approx 5,18$

Das Wasser hat an seiner tiefsten Stelle eine Tiefe von etwa 5,18m.

e) Mit dem dargestellten Term wird zweimal der Flächeninhalt zwischen g(x) = f(0,2) und f(x) im Intervall von 0,2 bis 4 berechnet (Grundfläche) und das Ergebnis mit 12 multipliziert(Höhe).