Abi 09 Lsg Ana II

1. a) $x \cdot \underbrace{e^{2-x}}_{>0} = 0 \Rightarrow$ Nullstelle $x = 0$

   $\lim_{x\to-\infty} x \cdot e^{2-x} = -\infty$

   $\lim_{x\to+\infty} \underbrace{x}_{\to\infty} \cdot \underbrace{e^{2-x}}_{\to 0} = 0$, weil e gewinnt

   b) Zur Bestimmung des Extrempunktes muss die Ableitungsfunktion gebildet werden:

   $f'(x) = e^{2-x} + x \cdot e^{2-x} \cdot (-1) = e^{2-x}(1-x)$

   $f'(x) = 0 \Rightarrow$ Extremstelle $x = 1$

   $f(1) = 1 \cdot e^1 = e$

   Lage des Extrempunktes: $E(1|e)$

   Art des Extrempunktes:

VZT	$x < 1$	$x = 1$	$1 < x$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
G_f	$\nearrow$	HOP	$\searrow$

   Es handelt sich um einen Hochpunkt.

   Tangentengleichung: $T(x) = mx + t$

   Bestimmung vom m über die Ableitungsfunktion:

   $f'(0) = e^2 = m$

   Bestimmung von t über den Punkt des Graphen $(0|0)$: $t = 0$

   $T(x) = mx + t = e^2 \cdot x + 0 = e^2 \cdot x$

   c) Bilde die zweite Ableitung:

   $f''(x) = -1 \cdot e^{2-x} + (1-x) \cdot e^{2-x} \cdot (-1) = -1 \cdot e^{2-x} - (1-x) \cdot e^{2-x} = e^{2-x}(x-2)$

VZT	$x < 2$	$x = 2$	$2 < x$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
G_f	$\circlearrowright$	WEP	$\circlearrowleft$

Koordinaten WEP: $f(2) = 2 \Rightarrow$WEP(2|2)

d) $f(-0,5) = -6,09; f(5) = 0,25;$

2. a) Annäherung des ersten Integrals durch ein Rechteck mit der Grundlinie $g = 1$ und der Höhe $h = 2$

$\int_0^1 f(x)dx \approx 1 \cdot 2 = 2$

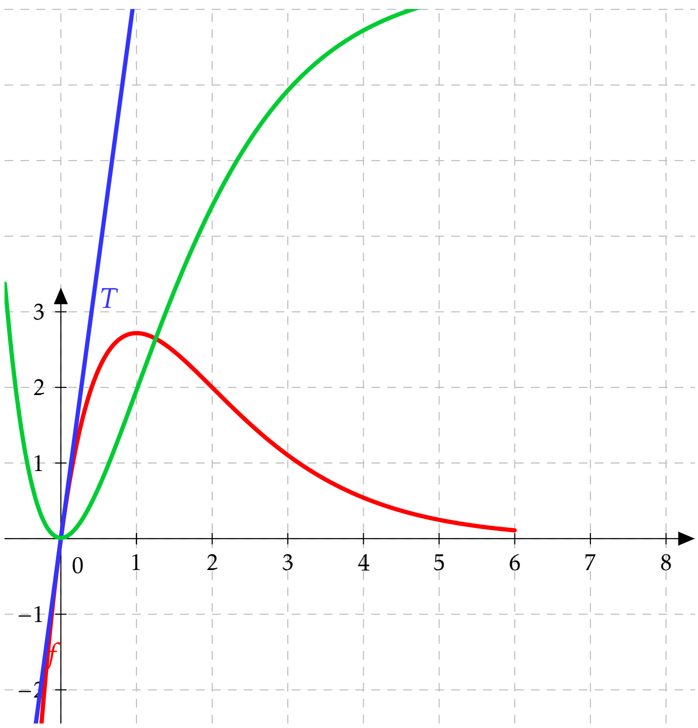
Annäherung des zweiten Integrals durch ein Trapez (linke Höhe 2,5, rechte Höhe 0,5):

$\int_1^5 f(x)dx \approx \frac{1}{2}(2,5 + 0,5) \cdot 4 = 1,5 \cdot 4 = 6$

b) $I(x) = \int_0^x f(t)dt$

Ein Extrempunkt der Integralfunktion $I(x)$ entspricht einer Nullstelle der Funktion $f(x)$. Die einzige Nullstelle von f(x) befindet sich bei (0|0). Dies ist zugleich auch Nullstelle der Integralfunktion, da $\int_0^0 f(t)dt = 0$. Es gilt also: Nullstelle von $I(x)$ ist $N(0|0)$.

Zur Art der Nullstelle: f(x) hat einen Vorzeichenwechsel von − nach +, deshalb handelt es sich um einen TIP der Integralfunktion.



3. $ax = x \cdot e^{2-x}$

   $a = e^{2-x}$

   $ln(a) = 2 - x$

   $x = 2 - ln(a)$

   Einen zweiten Schnittpunkt gibt es also nur, wenn $a > 0$.

   $A = \int_0^{2-ln(1)} x \cdot e^{2-x} - 1 \cdot x dx = \int_0^2 x \cdot e^{2-x} - x dx$

   Unter Verwendung der Stammfunktionen:

   $A = \left[(-x-1)e^{2-x} - \frac{x^2}{2}\right]_0^2 = 3,14$

b) Das Integral von Null bis nach a_0 muss der Hälfte von a_0 entsprechen:

   $\int_0^{a_0} f(x)dx = \frac{e^2}{2}$