Abi 17 Lsg Ana I

A 1 a) Der Radikand darf nicht negativ sein: $4 + x \geq 0 \Rightarrow x \geq -4$

$D_f = [-4; \infty[$

Schnittpunkt mit der y-Achse, wenn $x = 0: f(0) = 2 \cdot \sqrt{4+0} - 1 = 2 \cdot 2 - 1 = 3$

b) Der Graph wird um 4 in negativer x-Richtung verschoben mit 2 in y-Richtung gedehnt und um 1 in negativer y-Richtung verschoben.

$W_f = [-1; \infty[$

2 a) $2 \cdot e^{\frac{1}{2}x} - 1 = 0$

$2 \cdot e^{\frac{1}{2}x} = 1$

$e^{\frac{1}{2}x} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}x = ln(\frac{1}{2}) = -ln2$

$x = -2ln2$

b) $f'(x) = 2 \cdot e^{\frac{1}{2}x} \cdot \frac{1}{2} = e^{\frac{1}{2}x}$

$f'(0) = e^0 = 1 = m_T$

Schnittwinkel mit der x-Achse: $tan\alpha = m_T \Rightarrow \alpha = 45^o$

Da sich die Koordinatenachsen im rechten Winkel treffen, bleibt für den Winkel an der y-Achse nur:

$\beta = 180^o - 90^o - 45^o = 45^o$

Das Dreieck hat also zwei gleichgroße Winkel. Somit ist es gleichschenklig.

3 a) Bei Achsensymmetrie zur y-Achse muss gelten, dass auch die Asymptote $x = -2$ vorhanden ist:

$f(x) = \frac{1}{(x-2)(x+2)}$

b) Hier muss die Flächenbilanz 0 sein. Das erreicht man z.B. mit Hilfe einer Geraden, die in der Mitte des Intervalls ihre Nullstelle hat:

$g(x) = x - 1$

4 a) Pollenzahl am Anfang: $n(0) = 500$

Pollenzahl nach 2 Stunden: $n(2) = 12 - 120 + 500 = 500 - 108$

Unterschied der Pollenzahl: $\Delta n = -108$

Unterschied pro Stunde: $\bar{\Delta n} = \frac{-108}{2} = -54$

b) $n'(t) = 6t - 60 = -30$

$6t = +30 \Rightarrow t = 5$

B 1 a) $h'(x) = 3 \cdot (-1 + lnx) + 3x \cdot \frac{1}{x} = -3 + 3lnx + 3 = 3lnx$

$m_T = 3 \cdot ln(e) = 3$

$0 = 3 \cdot e + t \Rightarrow t = -3e$

$T(x) = 3x - 3e$

Zur Winkelberechnung: $tan\alpha = 3 \Rightarrow \alpha = 71,6^o$

b) Der natürliche Logarithmus hat nur eine Nullstelle bei x=1. Seine Funktionswerte sind im Intervall $]0;1[$ negativ, im Intervall $]1;\infty[$ positiv. Damit ist f(x) in $]0;1[$ fallend und in $]1;\infty[$ steigend, hat also bei x = 1 ein Minimum.

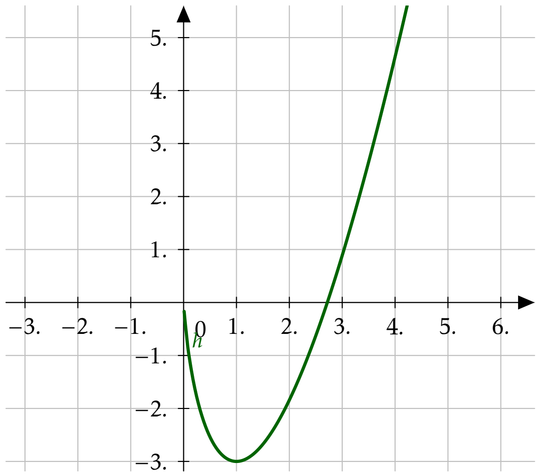
$$\lim_{x\to\infty} \underbrace{3x}_{\to\infty} \cdot \underbrace{(-1 + \underbrace{lnx}_{\to\infty})}_{\to\infty} = \infty$$

$f(1) = -3$

Nachdem $f(x)$ in $(1|-3)$ ein globales Minimum besitzt ist -3 der kleinste erreichbare Funktionswert. Einen größten Funktionswert gibt es nicht, da der Graph im Unendlichen jeden positiven y-Wert überschreitet.

c) $\lim_{x\to 0} \underbrace{3x}_{\to 0} \cdot (-1 + \underbrace{lnx}_{\to\infty}) = 0$, da der Logarithmus schwächer steigt, als jede Potenz von x.

$\lim_{x \to 0} 3lnx = -\infty$



d) $D_{h_*^{-1}} = [-3; \infty[$

$W_{h_*^{-1}} = [+1; \infty[$

Schnittpunkt mit der Winkelhalbierenden:

$x = h_*(x) = 3x \cdot (ln(x) - 1) \quad | : x$

$1 = 3(ln(x) - 1) \quad | : 3$

$\frac{1}{3} = ln(x) - 1 \quad | + 1 = \frac{3}{3}$

$\frac{4}{3} = ln(x) \quad | e^{()}$

$e^{\frac{4}{3}} = x \quad \checkmark$

e) Einzeichnen von S, Spiegelung des dargestellten Graphen an der Winkelhalbierenden.

f) Der gesamte Flächeninhalt ergibt sich durch Berechnung des Inhaltes eines Quadrates mit der Seitenlänge e und addieren von $2A_0$:

$A = 2A_0 + e^2$

2 a) Aus dem Graphen ablesen senkrechte Gerade bei $t = 5$ und waagerechte Ger-

ade bei $V = 350$:

$V(5) \approx 490$ und $t \in [1,4; 5,5]$

b) Am Graphen eine Tangente bei $t = 2$ einzeichnen und dessen Steigung ablesen: es ergeben sich nicht ganz 2 Kästchen Höhe auf ein Kästchen Breite:

Änderungsrate:$\approx 90 \frac{m^3}{h}$.

c) Nach 6h sind 350l weniger Wasser im Becken. $V(5) \approx 490; V(11) \approx 200$; Die Differenz der Werte ist nicht 350, also trifft die Aussage nicht zu.

d) Nullstellen: $g(t) = 0,4t \cdot (2t^2 - 39t + 180)$

$t_1 = 0; t_{2/3} = \frac{39 \pm \sqrt{39^2 - 4 \cdot 2 \cdot 180}}{4} = \frac{39 \pm \sqrt{1521 - 1440}}{4} = \frac{39 \pm 9}{4}$

$t_2 = \frac{30}{4} = 7,5; t_3 = \frac{48}{4} = 12$

Alle Nullstellen sind einfach, also findet jeweils ein Vorzeichenwechsel statt. Um das Vorzeichen im jeweiligen Intervall zu bestimmen kann man $g(1)$ betrachten:

$g(1) > 0 \Rightarrow g(10) < 0 \checkmark$.

e) Dieses Integral beschreibt die im Zeitraum von a bis b hinzugekommene Volumen an Wasser in Kubikmetern. Negative Zahlen bedeuten Wasserverlust.

$$V = \int_0^{7,5} g(t)dt + 150 = \left[0,4 \cdot \left(\frac{t^4}{2} - 13t^3 + 90t^2\right)\right] \approx 614$$

Nach 7,5h sind also etwa $614 m^3$ Wasser im Becken.

Wie in der vorigen Teilaufgabe berechnet, ist die momentane Änderungsrate bis $t = 7,5$ positiv, danach fließt Wasser ab.