

Abi 17 Lsg Ana I

A 1 a) Der Radikand darf nicht negativ sein: $4 + x \geq 0 \Rightarrow x \geq -4$

$$D_f = [-4; \infty[$$

Schnittpunkt mit der y-Achse, wenn $x = 0$: $f(0) = 2 \cdot \sqrt{4+0} - 1 = 2 \cdot 2 - 1 = 3$

b) Der Graph wird um 4 in negativer x-Richtung verschoben mit 2 in y-Richtung gedehnt und um 1 in negativer y-Richtung verschoben.

$$W_f = [-1; \infty[$$

2 a) $2 \cdot e^{\frac{1}{2}x} - 1 = 0$

$$2 \cdot e^{\frac{1}{2}x} = 1$$

$$e^{\frac{1}{2}x} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}x = \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln 2$$

$$x = -2\ln 2$$

b) $f'(x) = 2 \cdot e^{\frac{1}{2}x} \cdot \frac{1}{2} = e^{\frac{1}{2}x}$

$$f'(0) = e^0 = 1 = m_T$$

Schnittwinkel mit der x-Achse: $\tan \alpha = m_T \Rightarrow \alpha = 45^\circ$

Da sich die Koordinatenachsen im rechten Winkel treffen, bleibt für den Winkel an der y-Achse nur:

$$\beta = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

Das Dreieck hat also zwei gleichgroße Winkel. Somit ist es gleichschenkelig.

3 a) Bei Achsensymmetrie zur y-Achse muss gelten, dass auch die Asymptote $x = -2$ vorhanden ist:

$$f(x) = \frac{1}{(x-2)(x+2)}$$

- b) Hier muss die Flächenbilanz 0 sein. Das erreicht man z.B. mit Hilfe einer Geraden, die in der Mitte des Intervalls ihre Nullstelle hat:

$$g(x) = x - 1$$

- 4 a) Pollenzahl am Anfang: $n(0) = 500$

$$\text{Pollenzahl nach 2 Stunden: } n(2) = 12 - 120 + 500 = 500 - 108$$

$$\text{Unterschied der Pollenzahl: } \Delta n = -108$$

$$\text{Unterschied pro Stunde: } \bar{\Delta n} = \frac{-108}{2} = -54$$

- b) $n'(t) = 6t - 60 = -30$

$$6t = +30 \Rightarrow t = 5$$

- B 1 a) $h'(x) = 3 \cdot (-1 + \ln x) + 3x \cdot \frac{1}{x} = -3 + 3\ln x + 3 = 3\ln x$

$$m_T = 3 \cdot \ln(e) = 3$$

$$0 = 3 \cdot e + t \Rightarrow t = -3e$$

$$T(x) = 3x - 3e$$

$$\text{Zur Winkelberechnung: } \tan \alpha = 3 \Rightarrow \alpha = 71,6^\circ$$

- b) Der natürliche Logarithmus hat nur eine Nullstelle bei $x=1$. Seine Funktionswerte sind im Intervall $]0;1[$ negativ, im Intervall $]1;\infty[$ positiv. Damit ist $f(x)$ in $]0;1[$ fallend und in $]1;\infty[$ steigend, hat also bei $x = 1$ ein Minimum.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \underbrace{3x}_{\rightarrow \infty} \cdot \underbrace{(-1 + \ln x)}_{\rightarrow \infty} = \infty$$

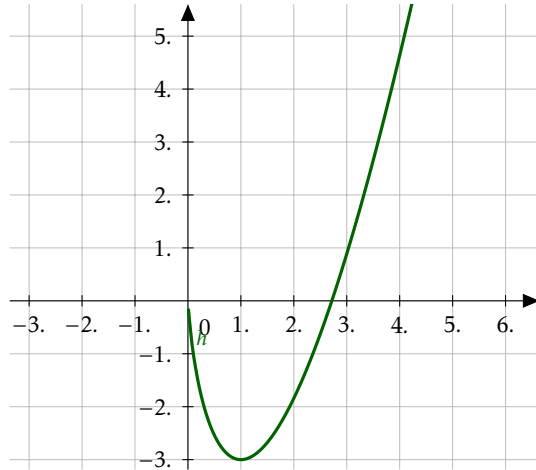
$$f(1) = -3$$

Nachdem $f(x)$ in $(1 | -3)$ ein globales Minimum besitzt ist -3 der kleinste erreichbare Funktionswert. Einen größten Funktionswert gibt es nicht, da der Graph im Unendlichen jeden positiven y -Wert überschreitet.

- c) $\lim_{x \rightarrow 0} \underbrace{3x}_{\rightarrow 0} \cdot \underbrace{(-1 + \ln x)}_{\rightarrow \infty} = 0$, da der Logarithmus schwächer steigt, als jede Potenz

von x.

$$\lim_{x \rightarrow 0} 3 \ln x = -\infty$$



d) $D_{h_*^{-1}} = [-3; \infty[$

$$W_{h_*^{-1}} = [+1; \infty[$$

Schnittpunkt mit der Winkelhalbierenden:

$$x = h_*(x) = 3x \cdot (\ln(x) - 1) \quad | : x$$

$$1 = 3(\ln(x) - 1) \quad | : 3$$

$$\frac{1}{3} = \ln(x) - 1 \quad | + 1 = \frac{3}{3}$$

$$\frac{4}{3} = \ln(x) \quad | e^{(\)}$$

$$e^{\frac{4}{3}} = x \quad \checkmark$$

- e) Einzeichnen von S, Spiegelung des dargestellten Graphen an der Winkelhalbierenden.
- f) Der gesamte Flächeninhalt ergibt sich durch Berechnung des Inhaltes eines Quadrates mit der Seitenlänge e und addieren von $2A_0$:

$$A = 2A_0 + e^2$$

- 2 a) Aus dem Graphen ablesen senkrechte Gerade bei $t = 5$ und waagerechte Ger-

ade bei $V = 350$:

$$V(5) \approx 490 \text{ und } t \in [1, 4; 5, 5]$$

- b) Am Graphen eine Tangente bei $t = 2$ einzeichnen und dessen Steigung ablesen: es ergeben sich nicht ganz 2 Kästchen Höhle auf ein Kästchen Breite:

$$\text{Änderungsrate: } \approx 90 \frac{m^3}{h}.$$

- c) Nach 6h sind 350l weniger Wasser im Becken. $V(5) \approx 490; V(11) \approx 200$; Die Differenz der Werte ist nicht 350, also trifft die Aussage nicht zu.

- d) Nullstellen: $g(t) = 0, 4t \cdot (2t^2 - 39t + 180)$

$$t_1 = 0; t_{2/3} = \frac{39 \pm \sqrt{39^2 - 4 \cdot 2 \cdot 180}}{4} = \frac{39 \pm \sqrt{1521 - 1440}}{4} = \frac{39 \pm 9}{4}$$

$$t_2 = \frac{30}{4} = 7,5; t_3 = \frac{48}{4} = 12$$

Alle Nullstellen sind einfach, also findet jeweils ein Vorzeichenwechsel statt. Um das Vorzeichen im jeweiligen Intervall zu bestimmen kann man $g(1)$ betrachten:

$$g(1) > 0 \Rightarrow g(10) < 0 \checkmark.$$

- e) Dieses Integral beschreibt die im Zeitraum von a bis b hinzugekommene Volumen an Wasser in Kubikmetern. Negative Zahlen bedeuten Wasserverlust.

$$V = \int_0^{7,5} g(t) dt + 150 = \left[0,4 \cdot \left(\frac{t^4}{2} - 13t^3 + 90t^2 \right) \right] \approx 614$$

Nach 7,5h sind also etwa $614 m^3$ Wasser im Becken.

Wie in der vorigen Teilaufgabe berechnet, ist die momentane Änderungsrate bis $t = 7,5$ positiv, danach fließt Wasser ab.