

Abi 02 Lsg Ana II

1. a) Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen

$$x = 0 \Rightarrow y = e^0 \cdot (0 - a) = 1 \cdot (0 - a) = -a$$

$$y = 0 = f_a(x) = e^x(x - a)$$

$$\text{da } e^x > 0 \text{ muss gelten: } x - a = 0 \Rightarrow x = a$$

Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen: $S_y(0|-a); S_x(a|0)$

Verhalten von f_y an den Rändern des Definitionsbereiches

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f_a(x) = 0$, da e^x schneller gegen 0 geht, als jede Potenz von x steigt.

$\lim_{x \rightarrow \infty} f_a(x) = +\infty$, da beide Faktoren gegen +Unendliche streben.

b) Art und Lage des Extrempunktes

$$f'_a(x) = e^x(x - a) + e^x \cdot 1 = e^x \cdot (x - a + 1) = e^x \cdot (x + 1 - a)$$

$$f''_a(x) = e^x \cdot (x + 1 - a) + e^x \cdot 1 = e^x \cdot (x + 2 - a)$$

$$f'_a(x) = 0 \Rightarrow x = a - 1 \text{ Schnellmethode: in } f''_a(x)$$

$$f''_a(a - 1) = e^{a-1} \cdot (a - 1 + 2 - a) = e^{a-1} \cdot (1) > 0 \Rightarrow \text{Minimum.}$$

$$\text{Lage des Extrempunktes: } y_E = f(a - 1) = e^{a-1} \cdot (a - 1 - a) = -e^{a-1}; E(a - 1 | -e^{a-1})$$

Krümmungsverhalten

$$f'''_a(x) = e^x \cdot (x + 2 - a) + e^x = e^x \cdot (x + 3 - a) \quad f''_a(x) = 0 \Rightarrow x = a - 2 \text{ in } f'''_a(x)$$

$f'''_a(a - 2) = e^{a-2} \cdot (a - 2 + 3 - a) = e^{a-2} > 0$ es findet also ein Vorzeichenwechsel in der zweiten Ableitung statt!

$a - 2$ ist also ein Wendepunkt. Nachdem $f''_a(a - 1) > 0$ und $f''_a(x)$ stetig und differenzierbar gilt:

$x > a - 2$: G_a rechtsgekrümmt.

$x < a - 2$: G_a linksgekrümmt.

Lage des Wendepunktes: $y_W = f(a-2) = e^{a-2} \cdot (a-2-a) = -2 \cdot e^{a-2}$; $W(a-2 | -2 \cdot e^{a-2})$

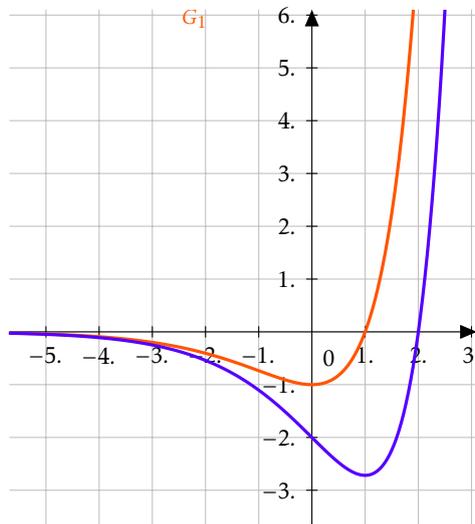
c) $f_1(x) = e^x \cdot (x-1)$; $f_2(x) = e^x \cdot (x-2)$

$$f_1(x) - f_2(x) = e^x \cdot (x-1 - (x-2)) = e^x \cdot 1 > 0$$

Also muss G_1 immer oberhalb von G_2 verlaufen.

d) $f_1(-3) = e^{-3} \cdot (-3-1) = -4 \cdot e^{-3}$

$$f_1(2) = e^2 \cdot (2-1) = 1 \cdot e^2$$



2. a) Leite $f_{a+1}(x)$ ab:

$$f'_{a+1} = e^x \cdot (x - (a+1)) + e^x = e^x \cdot (x - a - 1 + 1) = e^x \cdot (x - a) = f_a(x) \checkmark$$

b) Es handelt sich um ein Teil des Einheitsquadrates am Ursprung:

$$\int_0^1 f_1(x) dx = \int_0^1 e^x \cdot (x-1) dx \stackrel{a)}{=} [f_2(x)]_0^1 = f_2(1) - f_2(0) = -e - (-2) = 2 - e$$

$$A \approx 0,71$$