

Abi 15 Lsg Geo II

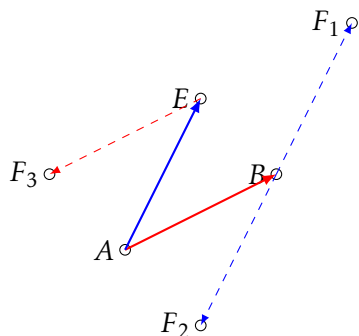
$$A \ 1 \ a) \ \vec{u} = \vec{B} - \vec{A} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{2^2 + 4^2 + 4^2} = \sqrt{36} = 6\checkmark$$

$$\vec{C} = \vec{A} + 2\vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$\vec{D} = \vec{A} - 2\vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -7 \\ -6 \end{pmatrix}$$

b) Zeichnung:



Setze \vec{AE} an \vec{B} :

$$\vec{F}_1 = \vec{B} + \vec{AE} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix}$$

Setze den Gegenvektor von \vec{AE} an \vec{B} :

$$\vec{F}_2 = \vec{B} - \vec{AE} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Setze Gegenvektor von \vec{AB} an E : $\vec{F}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$2 \ a) \ V = 5 \cdot 5 + 3 \cdot 3 + 1 = 25 + 9 + 1 = 35$$

Die Strecke [BS] erreicht über der Diagonalen eines Einheitswürfels genau die

Höhe 1. Da sie über dem obersten Würfel nur eine halbe Diagonale überspannt erreicht sie dort auch nur die Höhe $\frac{1}{2}$. Die Höhe beträgt also insgesamt:

$$h = 3,5$$

- b) Wähle das Koordinatensystem so, dass die x_3 -Achse durch S und die x_2 -Achse durch B verläuft:

$$\vec{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3,5 \end{pmatrix}; \vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3,5 \cdot \sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$g: \vec{X} = \vec{S} + \lambda \cdot \vec{S}\vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3,5 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3,5 \cdot \sqrt{2} \\ -3,5 \end{pmatrix}$$

B a) $\vec{C} = \vec{A} + 2\vec{A}\vec{M} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} -2,5 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$

$$\vec{u}' = \vec{B} - \vec{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}' = \vec{M} - \vec{A} = \begin{pmatrix} -2,5 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{v} = \begin{pmatrix} -5 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -5 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

A einsetzen: $4 \cdot 5 + 0 \cdot (-4) + 5 \cdot 0 + c = 0$

$$\Rightarrow c = -20$$

Koordinatenform der Ebene E: $4x_1 + 5x_3 - 20 = 0$ ✓

- b) Neigung des Normalenvektors gegen die Senkrechte: $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\cos \alpha = \frac{4 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 5 \cdot 1}{\sqrt{4^2 + 0^2 + 5^2} \cdot 1} = \frac{5}{\sqrt{41}} \approx 0,78$$

$$\Rightarrow \alpha \approx 38,7; \Rightarrow \phi \approx 51,3$$

$$c) \vec{MS} = \vec{S} - \vec{M} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2,5 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \vec{n}$$

$$|\vec{MS}| = \sqrt{2^2 + 0^2 + 2,5^2} \approx 3,20$$

Der Stab hat also die Länge 32cm.

$$d) \text{ Aufstellen der Geradengleichung: } g: \vec{X} = \vec{S} + \lambda \vec{u} = \begin{pmatrix} 4,5 + 6\lambda \\ 6\lambda \\ 4,5 - 13\lambda \end{pmatrix}$$

Einsetzen in die KoFo von E:

$$4 \cdot (4,5 + 6\lambda) + 0 + 5 \cdot (4,5 - 13\lambda) - 20 = 0$$

$$18 + 24\lambda + 22,5 - 65\lambda - 20 = 0$$

$$20,5 - 41\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2}$$

$$\vec{S}' = \begin{pmatrix} 7,5 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Da die Höhe des Schattenpunktes unterhalb der x_1x_2 -Ebene befindet, die Platte aber keine negativen Höhenkoordinaten besitzt, kann sich der Schatten nicht mehr auf der Platte befinden.

- e) Aufgrund der Mittagsposition des Schattens kann man eine Zuordnung der Tageshälften zu den x_2 - Koordinaten des Schattens finden. Ist diese positiv, so handelt es sich um eine Sonnenposition vom Vormittag, sonst ist es Nachmittag. da die x_2 -Koordinate von S' positiv ist, muss der Schatten vormittags dorthin fallen.