Abi 14 Lsg WS II

A 1 a) Folgende Möglichkeiten ergeben sich für die zwei Ziehungen:

Rot-rot: Eine rote von Urne A nach Urne B und dann eine rote von Urne B nach Urne A

$\Rightarrow$ die Inhalte der Urnen haben sich nicht verändert.

Das Gleiche gilt für weiß-weiß.

Weiß-rot: Urne A hat eine weiße Kugel weniger und eine rote mehr:

Urneninhalt: $\{rrrww\}$

Rot-weiß: Urne A hat eine rote Kugel weniger und eine weiße mehr:

Urneninhalt: $\{rwwww\}$

Die möglichen Inhalte der Urne A sind also: $\{rrwww\}, \{rrrww\}, \{rwwww\}$

b) Ereignis E: Nach Durchführung des Experimentes sind wieder drei weiße Kugeln in Urne A. Gefragt ist, ob:

$P(E) > P(\bar{E})$

Das Ereignis tritt ein, wenn weiß-weiß oder rot-rot gezogen wird:

$P(E) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{3}{10} + \frac{4}{15} = \frac{9+8}{30} = \frac{17}{30} > 0,5$

Somit gilt $P(E) > 1 - P(E)\checkmark$

2 a) $P(D) = \frac{2}{5} + \frac{1}{10} = \frac{4}{10} + \frac{1}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ (2. Pfadregel).

$P(\bar{D}) = 1 - P(D) = \frac{1}{2}$

b) $P(C) \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ (1. Pfadregel).

$\Rightarrow P(C) = \frac{2}{5} : \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{3} = \frac{2}{3}$

$P(C) \cdot P(D) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}; \quad P(C \cap D) = \frac{2}{5}$

$P(C) \cdot P(D) \neq P(C \cap D)$ keine stochastische Unabhängigkeit!

c) Aus der Angabe geht hervor, dass $P(C \cap D) = \frac{2}{5}$ und $P(C) = \frac{2}{3}$ gleich bleiben müssen.

Dann kann man $P(D)$ bestimmen aus $P(C) \cdot P(D) = P(C \cap D)$

$\frac{2}{3} \cdot P(D) = \frac{2}{5}$

$\Rightarrow P(D) = \frac{2}{5} : \frac{2}{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{5}$

Was muss dann statt $\frac{1}{10}$ stehen? Wegen der 2. Pfadregel muss gelten $x + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

Also muss $x = \frac{1}{5}$ sein.

B 1 a) Es handelt sich um ein Laplace-Experiment, da alle Bilder mit gleicher Häufigkeit produziert wurden (Wahrscheinlichkeit für ein bestimmtes Bild ist genausogroß wie die Wahrscheinlichkeit für ein anderes Bild). Daher berechnet sich die Wahrscheinlichkeit als Anzahl der günstigen Möglichkeiten im Verhältnis zu allen Möglichkeiten.

Gewünscht werden lauter unterschiedliche Bilder. Deshalb gibt es an erster Stelle 200 Möglichkeiten, an der zweiten nur noch 199, usw. Insgesamt sind das: $200 \cdot 199 \cdot 198 \cdot 197 \cdot 196$ günstige Möglichkeiten.

Da aber an jeder Stelle ein beliebiges von 200 Bildchen liegen kann, gibt es $200 \cdot 200 \cdot 200 \cdot 200 \cdot 200$ Möglichkeiten für den Inhalt einer Tüte. Daher berechnet sich die Wahrscheinlichkeit zu:

$\frac{200 \cdot 199 \cdot 198 \cdot 197 \cdot 196}{200 \cdot 200 \cdot 200 \cdot 200 \cdot 200}$

b) In seinem Sammelalbum befinden sich 185 von 200 Bildern. Die Wahrscheinlichkeit ein Bild aus dem Album zu erhalten ist also $\frac{185}{200} = \frac{37}{40}$

In den beiden Tüten befinden sich 10 Bildchen. Die Wahrscheinlichkeit, dass alle diese Bilder schon in seinem Album sind beträgt dann:

$\left(\frac{37}{40}\right)^{10} \approx 45,9\%$.

c) $P(3D) = \frac{1}{10} = 0,1$

$P_{0,1}^{n}(X \geq 1) > 0,99$

$1 - P_{0,1}^{n}(X = 0) > 0,99$

$1 - 0,9^n > 0,99$

$0,01 > 0,9^n$

$ln(0,01) > n \cdot ln(0,9)$

$\frac{ln(0,01)}{ln(0,9)} < n$

$n > 43,71$

Ab 44 erhaltenen Bildchen liegt die Wahrscheinlichkeit, dass ein 3D-Bild dabei ist über 99 %. Dazu sind also mindestens 9 Päckchen nötig, denn 8 Päckechen würden nur 40 Bildchen enthalten.

2 a) Anzahl der Einser-Sektoren auf dem Rad: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$

Winkel des Einser-Sektors: $360 : 15 = 24$

Anteil des Fünfer-Sektors: $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

Der Sektor 1 hat den Öffnungswinkel 24° und die Wahrscheinlichkeit den Sektor 5 zu erwischen beträgt $\frac{1}{3}$.

b) Der Erwartungswert der Auszahlung in Euro pro Spiel berechnet sich zu:

$E(X) = \frac{1}{15} \cdot 1 + \frac{2}{15} \cdot 2 + \frac{3}{15} \cdot 3 + \frac{4}{15} \cdot 4 + \frac{5}{15} \cdot 15 = \frac{1+4+9+16+75}{15} = \frac{105}{15} = 7$

Der Spieler hat im Mittel eine Auszahlung von sieben Euro zu erwarten, d.h. im Mittel macht er pro Spiel ein Euro Gewinn.

c) Der Erwartungswert der Auszahlung in Euro pro Spiel berechnet sich für den Supermarkt sich zu:

$E(X) = \frac{1}{15} \cdot 1 + \frac{2}{15} \cdot 2 + \frac{3}{15} \cdot 3 + \frac{4}{15} \cdot 4 + \frac{5}{15} \cdot 10 = \frac{1+4+9+16+50}{15} = \frac{80}{15}$

Gewinn pro Spiel in Euro: $6 - \frac{80}{15} = \frac{90}{15} - \frac{80}{15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$.

Gewinn bei 6000 Spielen: $\frac{2}{3} \cdot 6000 = 4000$.

Der Supermarkt kann also etwa 4000 Euro finanziellen Überschuss erwarten.