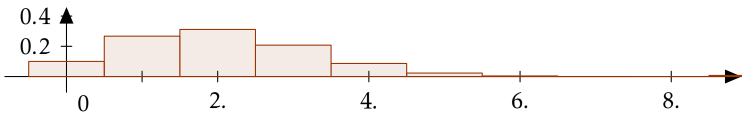
Q12: Lösungen bsv 6.2

1. a) Histogramm:



   Maximum bei $k = 2$

   b) (i) ein oder kein Treffer: $P(X = 0) + P(X = 1) \approx 0,3671$ (ii) sieben oder mehr Treffer: $P(X = 7) + P(X = 8) = 1 - P(X \leq 6) \approx 1 - 1 = 0$
   (iii) zwei oder mehr Treffer: $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) \approx 1 - 0,3671 = 0,6329$
   (iv) mindestens zwei, höchstens fünf Treffer: $P(2 \leq X \leq 5) \approx 0,6287$

2.

3.

4.

5. a) $0,0520$

   b) $0,0520$ (Symmetrie!)

   c) $0,287$

   d) $0,0213$

   e) $\sum_{k=10}^{14} B(100; \frac{1}{6}; k) = \sum_{k=0}^{14} B(100; \frac{1}{6}; k) - \sum_{k=0}^{0} B(100; \frac{1}{6}; k) = 0,287 - 0,0213$

   f) $\sum_{k=12}^{100} B(100; \frac{1}{6}; k) = 1 - \sum_{k=0}^{11} B(100; \frac{1}{6}; k) = 0,922$

   g) $P_{0,45}^{30}(X = 16) \approx 0,1$

   h) $P_{0,45}^{30}(X \leq 16) \approx 0,86$

   i) $P_{0,45}^{30}(X < 16) = P_{0,45}^{30}(X \leq 15) \approx 0,77$

   j) $P_{0,45}^{30}(X \geq 16) = 1 - P_{0,45}^{30}(X \leq 15) \approx 1 - 0,77 = 0,23$

   k) $P_{0,45}^{30}(X > 16) = 1 - P_{0,45}^{30}(X \leq 16) \approx 1 - 0,86 = 0,14$

6. $\mu_1 = 0,2 \cdot 100 = 20; \sigma_1 = \sqrt{20 \cdot 0,8} = 4$ Umgebung: $[16; 24]$

   $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0,7401$

$\mu_2 = 0,4 \cdot 100 = 40; \sigma_2 = \sqrt{40 \cdot 0,6} = 2\sqrt{6} \approx 4,899$ Umgebung: $[36;44]$

$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0,6416$

$\mu_3 = 0,6 \cdot 100 = 60; \sigma_3 = \sqrt{60 \cdot 0,4} = 2\sqrt{6} \approx 4,899$ Umgebung: $[56;64]$

$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0,6416$

$\mu_4 = 0,8 \cdot 100 = 80; \sigma_4 = \sqrt{80 \cdot 0,2} = 4$ Umgebung: $[76;84]$

Die äußeren und inneren Wahrscheinlichkeiten produzieren symmetrische Ergebnisse.

7.

8.

9.

10. a) Erwartungswert $E(X) = \frac{1}{3} \cdot 20 \approx 7$

    $P_{\frac{1}{3}}^{20}(X = 7) \approx 0,18 = 18\%$

    b) $P_{\frac{1}{3}}^{20}(4 < X < 10) = P_{\frac{1}{3}}^{20}(X \leq 9) - P_{\frac{1}{3}}^{20}(X \leq 3) \approx 0,91 - 0,06 = 0,85$

    c) $P_{\frac{1}{3}}^{20}(X \geq 10) = 1 - P_{\frac{1}{3}}^{20}(X \leq 9) \approx 1 - 0,91 = 0,09$

    d) $P_{p}^{20}(X \geq 10) < 0,01$

    $1 - P_{p}^{20}(X \leq 9) < 0,01$

    $0,99 < P_{p}^{20}(X \leq 9)$

    Tabellenwert für $\frac{1}{4}$: $0,9861$ Das reicht nicht.

    Tabellenwert für $\frac{1}{5}$: $0,9974\checkmark$

    Es müssen 5 Antworten pro Frage zur Auswahl stehen, damit die Wahrscheinlichkeit für ein zufälliges Bestehen unter 1 Prozent fällt.

    e) $P_{\frac{1}{3}}^{n}(X \geq 13) < 0,01$

11. a) Es gibt insgesamt 50 Mitglieder. Bei einer Anwesenheitswahrscheinlichkeit von 80% ergeben sich 40 zu erwartende Chormitglieder.

    $P_{0,8}^{50}(X = 40) = \binom{50}{40} \cdot 0,8^{40} \cdot 0,2^{10} \approx 0,1398$

$P_{0,8}^{50}(X \geq 40) \approx 0,5836$

b) Wenn 5 Sängerinnen fehlen, dann wird nichts über die Sänger ausgesagt. Also werden nur die weiblichen Chormitglieder betrachtet:

$P_{0,8}^{30}(X = 25) \approx 0,1723$

Es fehlen auch noch genau 5 Sänger:

$p \approx 0,1723 \cdot P_{0,8}^{20}(X = 15) = 0,1723 \cdot 0,1746 = 0,0301$

c) Es sind für diesen Abend 45 Mitglieder mit 80%-iger Wahrscheinlichkeit zu erwarten:

$P_{0,8}^{45}(X = 40) \approx 0,05197$

d) Es sind genau 5 Tenöre, die mit 80%-iger Wahrscheinlichkeit eintreffen:

$P_{0,8}^{5}(X = 5) \approx 0,32768$

Wie viele Chorproben:

$P_{0,8}^{n}(X \geq 1) > 0,99$

$1 - P_{0,8}(X = 0) > 0,99$

$-P_{0,8}(X = 0) > -0,01$

$0,2^n < 0,01$

$nln(0,2) < ln(0,01)$

$n > \frac{ln(0,01)}{ln(0,2)} \approx 2,86$

Ab drei Chorproben ist die WS, mindestens 1x alle 5 Tenöre beisammen zu haben, bei über 99%.

e)
- Eine Grippe geht um, Mitglieder haben sich untereinander angesteckt.
- Einer nimmt mehrere einer Gruppe im Auto mit. Er kann nicht, die anderen sagen auch ab.

- ...

12. Tabelle:

	mit ZL	ohne ZL
P(A)	$P^4_{\frac{5}{9}}(X=4)=\left(\frac{5}{9}\right)^4=0,0953$	$\frac{\binom{5}{4}\cdot\binom{4}{0}}{\binom{9}{4}}\approx 0,0397$
P(B)	$P^4_{\frac{4}{9}}(X=4)=\left(\frac{4}{9}\right)^4\approx 0,0393$	$\frac{\binom{4}{4}\cdot\binom{5}{0}}{\binom{9}{4}}\approx 0,0079$
P(C)	$P^4_{\frac{5}{9}}(X=2)=\binom{5}{2}\cdot\left(\frac{5}{9}\right)^2\cdot\left(\frac{4}{9}\right)^2\approx 0,3658$	$\frac{\binom{4}{2}\cdot\binom{5}{2}}{\binom{9}{4}}\approx 0,4762$

13. a)

Ziehen ohne Zurücklegen (hypergeometrische Verteilung):

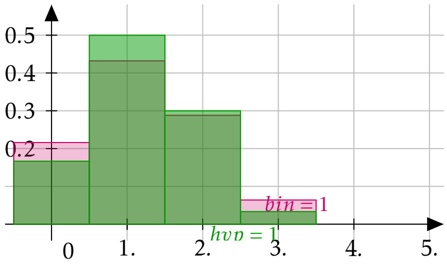
$$p(sss)=\frac{4}{10}\cdot\frac{3}{9}\cdot\frac{2}{8}=\frac{1}{30}=\frac{\binom{4}{3}\cdot\binom{6}{0}}{\binom{10}{4}}\approx 0,0333$$

Ziehen mit Zurücklegen (Binomialverteilung - Bernoullikette):

$$p(sss)=\binom{3}{3}\cdot 0,4^3\cdot 0,6^0=0,4^3=\frac{16}{625}\approx 0,0640$$

Beim Ziehen mit Zurücklegen ist die Wahrscheinlichkeit für drei gleiche höher, da ihr Anteil in der Urne nicht ¨verbraucht¨ wird.

–



b)

Je größer n, desto weniger unterscheiden sich die Ergebnisse für mit- und ohne zurücklegen, da der Verbrauch von 3 Kugeln bei einer größeren Kugelzahl eine kleinere Rolle spielt.