Abi 14 Lsg Ana I

A 1 $f(x) = \frac{x}{ln(x)}$

$f'(x) = \frac{ln(x) - x \cdot \frac{1}{x}}{(ln(x))^2} = \frac{ln(x) - 1}{(ln(x))^2}$

$f'(x) = 0 \Rightarrow ln(x) = 1 \Rightarrow x = e^1 \Rightarrow x_1 = e$

$f(e) = \frac{e}{1} = e$

VZT	$x < e$	$x = e$	$e < x$
$f'(x)$	$-$	0	+
G_f	$\searrow$	TIP	$\nearrow$

Es ergibt sich der TIP(e|e).

2 $f(x) = e^x \cdot (2x + x^2)$

a) $e^x \cdot (2x + x^2) = 0$

Ein Produkt ist Null, wenn einer der Faktoren Null ist.

$\underbrace{e^x}_{>0} \cdot (2x + x^2) = 0$

Der Ausdruck wird nur Null, wenn die Klammer Null wird:

$2x + x^2 = x \cdot (2 + x) = 0 \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = -2;$

b) Leite den Term mit der Produktregel ab und hoffe, dass du f(x) erhältst:

$F'(x) = 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x = (2x + x^2) \cdot e^x \checkmark$

$G(x)$ ist eine weitere Stammfunktion, also so in positiver oder negativer y-Richtung verschoben, dass G an der Stelle 1 den Funktionswert e hat:

$G(x) = x^2 \cdot e^x + C; 2e = 1^2 \cdot e^1 + C \Rightarrow C = 2e - e = e$

$G(x) = x^2 \cdot e^x + e$

3 $g_{a,c}(x) = sin(ax) + c$

a) α) Die "Normalsinusfunktion" hat den Wertebereich $[-1;+1]$ also muss der Wertebereich um 1 in positiver y-Richtung verschoben werden.

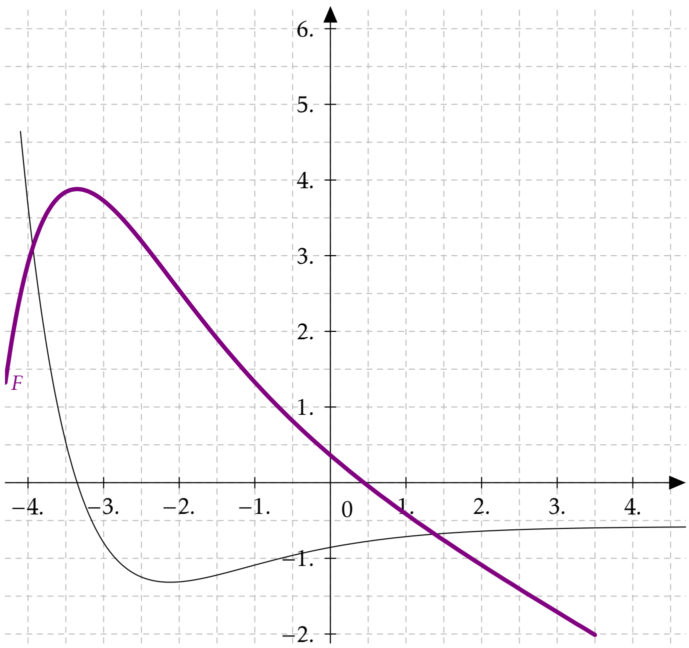
$\Rightarrow a = ?; c = 1;$

β) für $a = 1$ wären es zwei Nullstellen, also wähle $a = 1,5; c = 0$

b) $g_a'(x) = a \cdot cos(ax)$

Der Graph dieser Funktion oszilliert zwischen -a und +a: $W_{g'} = [-a;+a]$

4 a) Die Stammfunktion wird in diesem Intervall zuerst steigen, einen HOP besitzen und anschließend fallen.



b)

B 1 $f : x \mapsto 2 - \sqrt{12-2x}$

a) $S_y : f(0) = 2 - \sqrt{12} = 2 - 2\sqrt{3}$

$S_y(0|2-2\sqrt{3})$

$S_x : 0 = 2 - \sqrt{12-2x} \Rightarrow 2 = \sqrt{12-2x}$

$4 = 12 - 2x$

$2x = 8$

$x = 4$ ist die Lösung richtig (Wurzelgleichung)?

$2 - \sqrt{12-8} = 0\checkmark$

$S_x(4|0)$

$\lim\limits_{x\to-\infty} 2 - \sqrt{12-2x} = -\infty$ da der Wert der Wurzel über jeden Wert hinauswächst.

$f(6) = 2 - 0 = 2$

b) $f'(x) = -\frac{-2}{2\cdot\sqrt{12-2x}} = \frac{1}{\sqrt{12-2x}}$

$D_{f'} =]-\infty; 6[$

$\lim\limits_{x\to 6} f'(x) = +\infty$, der Graph hat dort eine senkrechte Tangente.

c) $f'(x) > 0$ da die Wurzel immer positive Werte (oder 0) erzeugt.

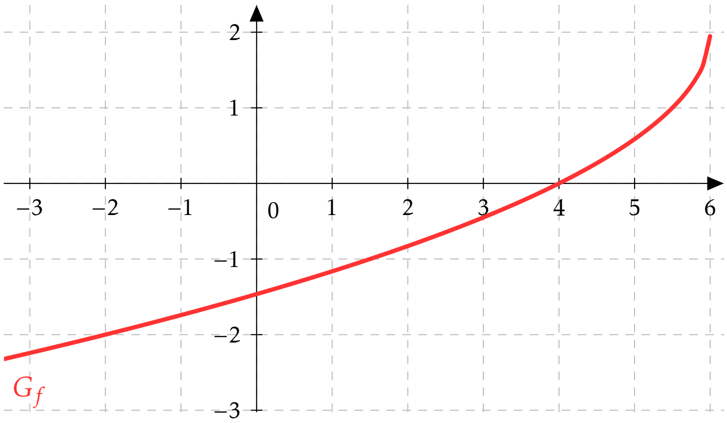
G_f ist streng monoton steigend auf dem Gesamtendefinitionsbereich.

Mit a), $f(6) = 2$ und $\lim\limits_{x\to-\infty} 2 - \sqrt{12-2x} = -\infty$ ist damit auch der Wertebereich bestimmt:

$W_f =]-\infty; +2]$

d) $f(-2) = 2 - \sqrt{16} = -2$

Graph:



e) Die Definitionsmenge der Umkehrfunktion f^{-1} entspricht der Wertemenge von f über D_f. Also gilt $D_{f^{-1}} =]-\infty; 2[$.

Vertausche x und y in der Funktionsgleichung:

$2 - \sqrt{12 - 2y} = x$

und löse nach y auf:

$2 - x = \sqrt{12 - 2y}$

$4 - 4x + x^2 = 12 - 2y$

$-8 - 4x + x^2 = -2y$

$-\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4 = y \checkmark$

2 $h : x \mapsto -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4$

a) $-\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4 = x$

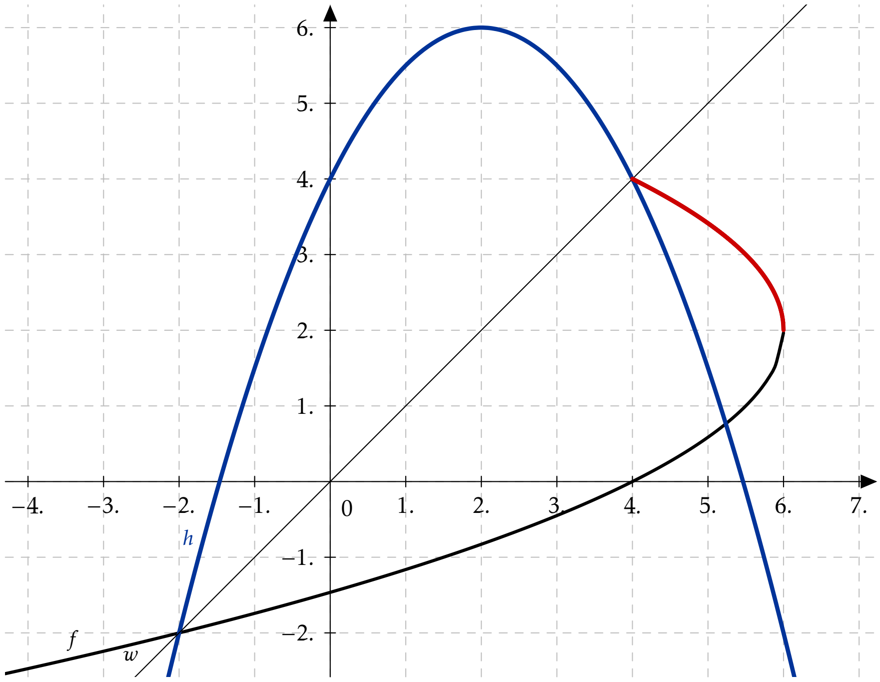
$-\frac{1}{2}x^2 + x + 4 = 0$

$x^2 - 2x - 8 = 0$

$(x - 4)(x + 2) = 0$ (Satz von Vieta)

$x_1 = -2; \quad x_2 = +4$

b)



3 a) $A = \int_{-2}^{4} h(x) - x dx = \int_{-2}^{4} -\frac{1}{2}x^2 + x + 4 dx = [-\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4x]_{-2}^{4}$

$= -\frac{1}{6} \cdot 4^3 + \frac{1}{2} \cdot 4^2 + 4 \cdot 4 - (-\frac{1}{6}(-2)^3 + \frac{1}{2}(-2)^2 + 4 \cdot (-2))$

$= -\frac{1}{6} \cdot 64 + \frac{1}{2} \cdot 16 + 16 - (-\frac{1}{6} \cdot (-8) + \frac{1}{2} \cdot 4 - 8)$

$= -\frac{32}{3} + 8 + 16 - \frac{4}{3} - 2 + 8 = -\frac{36}{3} + 30 = 30 - 12 = 18$

Der Flächeninhalt einer Blatthälfte entspricht also etwa $18cm^2$. Somit beträgt die gesamte Blattfläche etwa $36cm^2$.

b) Steigung der Tangente

$h'(x) = -x + 2; h'(-2) = 4 = m_T$

y-Achsenabschnitt

$h(-2) = -2$

$-2 = 4 \cdot (-2) + t \Rightarrow t = 6$

Tangentengleichung: $y = 4x + 6$ Winkel zur x-Achse: $tan\alpha = 4 \Rightarrow \alpha \approx 75,96$

Da die Winkelhalbierende einen Winkel von 45 mit der x-Achse einschließt

beträgt der Zwischenwinkel $30,96$.
Dieser muss noch verdoppelt werden, sodass sich letzten Endes $\phi = 61,92$ ergeben.

c) $k(0) = h(0)$ führt dazu, dass beide Blattränder die y-Achse an der gleichen Stelle schneiden.

$k'(0) = h'(0)$ erzwingt darüberhinaus eine übereinstimmende Tangente beim Schnitt mit der y-Achse.

$k(-2) = h(-2)$ erzwingt die Blattspitze als gemeinsamen Punkt.

$k'(-2) = 1,5$ erzwingt an der Blattspitze eine deutlich geringere Steigung für die Funktion dritten Grades, was dem Original nahe kommt.