

Abi 14 Lsg Ana I

A 1 $f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$

$$f'(x) = \frac{\ln(x) - x \cdot \frac{1}{x}}{(\ln(x))^2} = \frac{\ln(x) - 1}{(\ln(x))^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \ln(x) = 1 \Rightarrow x = e^1 \Rightarrow x_1 = e$$

$$f(e) = \frac{e}{1} = e$$

VZT	$x < e$	$x = e$	$e < x$
$f'(x)$	-	0	+
G_f	\searrow	TIP	\nearrow

Es ergibt sich der TIP(e|e).

2 $f(x) = e^x \cdot (2x + x^2)$

a) $e^x \cdot (2x + x^2) = 0$

Ein Produkt ist Null, wenn einer der Faktoren Null ist.

$$\underbrace{e^x}_{>0} \cdot (2x + x^2) = 0$$

Der Ausdruck wird nur Null, wenn die Klammer Null wird:

$$2x + x^2 = x \cdot (2 + x) = 0 \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = -2;$$

b) Leite den Term mit der Produktregel ab und hoffe, dass du $f(x)$ erhältst:

$$F'(x) = 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x = (2x + x^2) \cdot e^x \checkmark$$

$G(x)$ ist eine weitere Stammfunktion, also so in positiver oder negativer y -Richtung verschoben, dass G an der Stelle 1 den Funktionswert e hat:

$$G(x) = x^2 \cdot e^x + C; 2e = 1^2 \cdot e^1 + C \Rightarrow C = 2e - e = e$$

$$G(x) = x^2 \cdot e^x + e$$

3 $g_{a,c}(x) = \sin(ax) + c$

a) α) Die "Normalsinusfunktion" hat den Wertebereich $[-1; +1]$ also muss der Wertebereich um 1 in positiver y-Richtung verschoben werden.

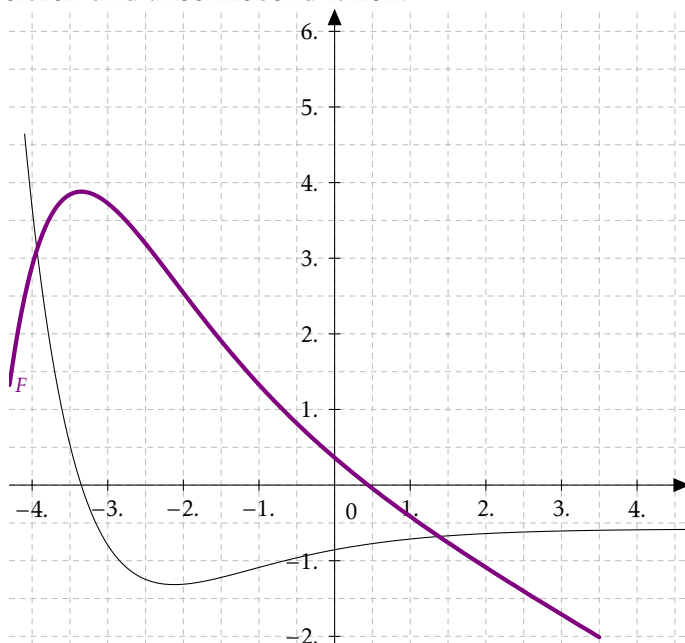
$$\Rightarrow a = ?; c = 1;$$

β) für $a = 1$ wären es zwei Nullstellen, also wähle $a = 1,5; c = 0$

b) $g'_a(x) = a \cdot \cos(ax)$

Der Graph dieser Funktion oszilliert zwischen $-a$ und $+a$: $W_{g'} = [-a; +a]$

4 a) Die Stammfunktion wird in diesem Intervall zuerst steigen, einen HOP besitzen und anschließend fallen.



b)

B 1 $f : x \mapsto 2 - \sqrt{12 - 2x}$

a) $S_y : f(0) = 2 - \sqrt{12} = 2 - 2\sqrt{3}$

$$S_y(0 | 2 - 2\sqrt{3})$$

$$S_x : 0 = 2 - \sqrt{12 - 2x} \Rightarrow 2 = \sqrt{12 - 2x}$$

$$4 = 12 - 2x$$

$$2x = 8$$

$x = 4$ ist die Lösung richtig (Wurzelgleichung)?

$$2 - \sqrt{12 - 8} = 0 \checkmark$$

$$S_x(4 | 0)$$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} 2 - \sqrt{12 - 2x} = -\infty$ da der Wert der Wurzel über jeden Wert hinauswächst.

$$f(6) = 2 - 0 = 2$$

b) $f'(x) = -\frac{-2}{2 \cdot \sqrt{12 - 2x}} = \frac{1}{\sqrt{12 - 2x}}$

$$D_{f'} =] - \infty; 6[$$

$\lim_{x \rightarrow 6} f'(x) = +\infty$, der Graph hat dort eine senkrechte Tangente.

c) $f'(x) > 0$ da die Wurzel immer positive Werte (oder 0) erzeugt.

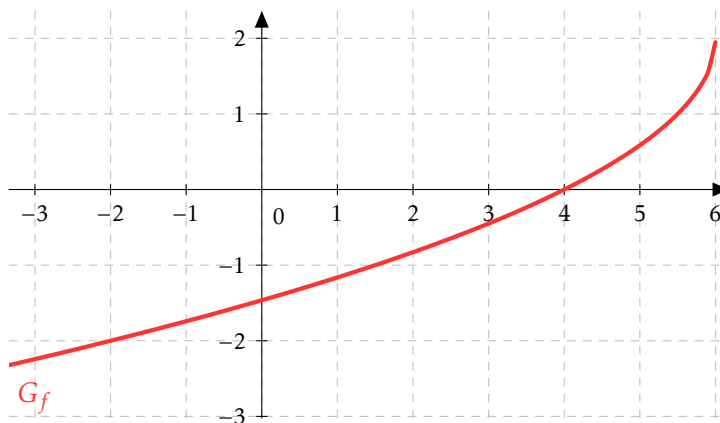
G_f ist streng monoton steigend auf dem Gesamtdefinitionsbereich.

Mit a), $f(6) = 2$ und $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2 - \sqrt{12 - 2x} = -\infty$ ist damit auch der Wertebereich bestimmt:

$$W_f =] - \infty; +2]$$

d) $f(-2) = 2 - \sqrt{16} = -2$

Graph:



- e) Die Definitionsmenge der Umkehrfunktion f^{-1} entspricht der Wertemenge von f über D_f . Also gilt $D_{f^{-1}} =]-\infty; 2[$.

Vertausche x und y in der Funktionsgleichung:

$$2 - \sqrt{12 - 2y} = x$$

und löse nach y auf:

$$2 - x = \sqrt{12 - 2y}$$

$$4 - 4x + x^2 = 12 - 2y$$

$$-8 - 4x + x^2 = -2y$$

$$-\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4 = y \checkmark$$

$$2 \quad h : x \mapsto -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4$$

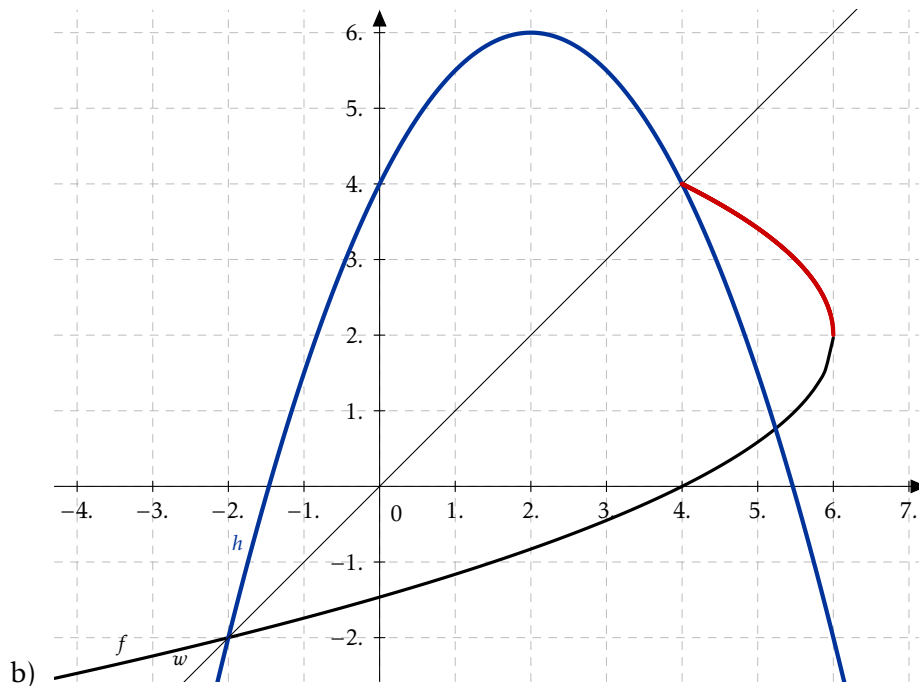
a) $-\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4 = x$

$$-\frac{1}{2}x^2 + x + 4 = 0$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0 \text{ (Satz von Vieta)}$$

$$x_1 = -2; \quad x_2 = +4$$



b)

3 a)
$$A = \int_{-2}^4 h(x) - x dx = \int_{-2}^4 -\frac{1}{2}x^2 + x + 4 dx = \left[-\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4x\right]_{-2}^4$$

$$= -\frac{1}{6} \cdot 4^3 + \frac{1}{2} \cdot 4^2 + 4 \cdot 4 - \left(-\frac{1}{6}(-2)^3 + \frac{1}{2}(-2)^2 + 4 \cdot (-2)\right)$$

$$= -\frac{1}{6} \cdot 64 + \frac{1}{2} \cdot 16 + 16 - \left(-\frac{1}{6} \cdot (-8) + \frac{1}{2} \cdot 4 - 8\right)$$

$$= -\frac{32}{3} + 8 + 16 - \frac{4}{3} - 2 + 8 = -\frac{36}{3} + 30 = 30 - 12 = 18$$

Der Flächeninhalt einer Blatthälfte entspricht also etwa 18cm^2 . Somit beträgt die gesamte Blattfläche etwa 36cm^2 .

b) Steigung der Tangente

$$h'(x) = -x + 2; h'(-2) = 4 = m_T$$

y-Achsenabschnitt

$$h(-2) = -2$$

$$-2 = 4 \cdot (-2) + t \Rightarrow t = 6$$

Tangentengleichung: $y = 4x + 6$ Winkel zur x-Achse: $\tan \alpha = 4 \Rightarrow \alpha \approx 75,96$

Da die Winkelhalbierende einen Winkel von 45 mit der x-Achse einschließt

beträgt der Zwischenwinkel $30,96$.

Dieser muss noch verdoppelt werden, sodass sich letzten Endes $\phi = 61,92$ ergeben.

- c) $k(0) = h(0)$ führt dazu, dass beide Blattränder die y -Achse an der gleichen Stelle schneiden.

$k'(0) = h'(0)$ erzwingt darüberhinaus eine übereinstimmende Tangente beim Schnitt mit der y -Achse.

$k(-2) = h(-2)$ erzwingt die Blattspitze als gemeinsamen Punkt.

$k'(-2) = 1,5$ erzwingt an der Blattspitze eine deutlich geringere Steigung für die Funktion dritten Grades, was dem Original nahe kommt.