Abi 86 Lsg Ana I

1. (a) $D_f = \mathbb{R}^+$

   Nullstelle:

   $f(x) = 0 = \frac{4}{x^2} ln(\frac{1}{x}) \Rightarrow ln(\frac{1}{x}) = 0 \Rightarrow \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow x = 1$

   (b) $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \underbrace{\frac{4}{x^2}}_{\to\infty} \cdot \underbrace{ln\left(\frac{1}{x}\right)}_{\to\infty} = \infty$

   $\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} 4 \cdot (-1) \frac{ln(x)}{x^2} = -4 \cdot 0 = 0$ (siehe Hinweis auf der Angabe)

   (c) $f(x) = -4x^{-2} ln(x)$

   $\Rightarrow f'(x) = 8 \cdot x^{-3} \cdot ln(x) - 4 \cdot x^{-2} \cdot \frac{1}{x}$

   $f'(x) = \frac{8ln(x)-4}{x^3} = 4 \cdot \frac{2ln(x)-1}{x^3}$

   Extrempunkt:

   $f'(x) = 0 = 2ln(x) - 1 \Rightarrow ln(x) = \frac{1}{2}$

   $\Rightarrow x = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$

   Lage:

   $f(\sqrt{e}) = \frac{4}{e} \cdot ln(e^{-\frac{1}{2}}) = \frac{4}{e} \cdot (-\frac{1}{2}) \cdot 1 = -\frac{2}{e} \approx -0,74$

   $W_f = [-\frac{2}{e}; +\infty[$

   (d) $f''(x) = 4 \cdot \frac{\frac{2}{x} \cdot x^3 - (2 \cdot ln(x) - 1) \cdot 3x^2}{x^6} = 4 \cdot \frac{2x^2 - 6x^2 \cdot ln(x) + 3x^2}{x^6}$

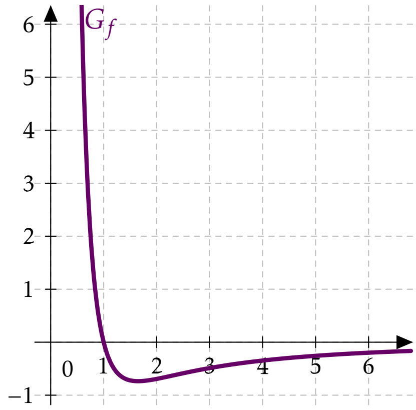
   $= 4 \cdot \frac{5x^2 - 6x^2 \cdot ln(x)}{x^6} = 4 \cdot \frac{5 - 6 \cdot ln(x)}{x^4} \checkmark$

   Wendepunkt:

   $f''(x) = 0 = 5 - 6ln(x) \Rightarrow x = e^{\frac{5}{6}} \approx 2,3$

$f(e^{\frac{5}{6}}) = \frac{-4}{e^{\frac{10}{6}}} \cdot \frac{5}{6} \approx -0,63$

(e) Graph:



2. (a) $F(x) = 4 \cdot \frac{1+ln(x)}{x}$

$F'(x) = 4 \cdot \frac{\frac{1}{x} \cdot x - (1+ln(x)) \cdot 1}{x^2} = 4 \cdot \frac{1-1-ln(x)}{x^2}$

$F'(x) = -\frac{4}{x^2} \cdot ln(x) = \frac{4}{x^2} \cdot ln(\frac{1}{x})\checkmark$

(b) $\left|\int_1^e f(x)dx\right| = 4\left|\frac{1+ln(x)}{x}\right| = 4 \cdot \left|\frac{2}{e} - 1\right| = 4 \cdot \frac{e-2}{e} \approx 1,06$

(c) $I(x) = \int_1^x f(t)dt = 4 \cdot \frac{1+ln(x)}{x} - 4 = 4 \cdot \left(\frac{1}{x} \frac{ln(x)}{x} - 1\right)$

$\lim_{x\to\infty} I(x) = 4 \cdot (0 + 0 - 1) = -4$

Der Betrag der Integralfunktion strebt gegen 4. Diesen endlichen Wert nimmt also der sich von x=1 ins Unendliche erstreckende Flächeninhalt zwischen Graph und x-Achse an.