Abi 13 Lsg Ana I

Teil 1 1 a) $3x + 9 >= 0$

$3x >= -9$

$x >= -3 \Rightarrow D_f = [-3;\infty[;$

Nullstelle: $g(x) = 0 \Rightarrow 3x + 9 = 0$

$x = -3 \Rightarrow f(3) = 0$

b) $g'(x) = \frac{3}{2\cdot\sqrt{3x+9}}$

Bestimmung der Steigung: $m = f'(0) = \frac{1}{2}$

Bestimmung des y-Achsenabschnittes: $3 = \frac{1}{2} \cdot 0 + t \Rightarrow t = 3$

(Der Wert kann auch direkt aus der y-Koordinate von P gelesen werden, da P sich selbst auf der y-Achse befindet.)

$y = \frac{1}{2}x + 3$

2 a) z.B. $f(x) = x^2 + 2$

b) z.B. $f(x) = 2sin(x)$

3 Ein Produkt ist Null, wenn einer seiner Faktoren Null ist:

$ln(x) = 1 \Rightarrow x_1 = e$

$e^x = 2 \Rightarrow x_2 = ln(2)$

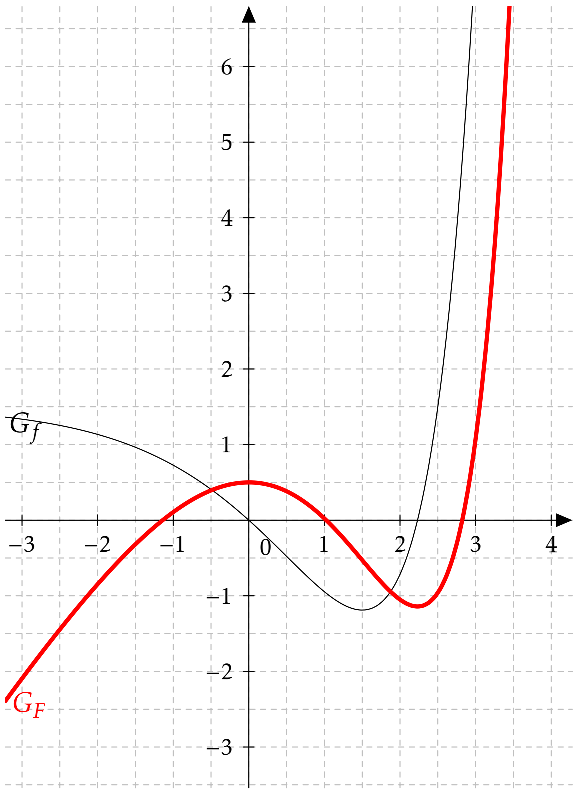
$\frac{1}{x} = 3 \Rightarrow x_3 = \frac{1}{3}$

4
- Der Graph besitzt bei $x = 1$ eine Nullstelle (untere Integrationsgrenze)
- Die negative Flächenbilanz zwischen $x = 1$ und $x \approx 2,3$ ($\approx$ 5 Kästchen) wird durch entsprechende positive Flächeninhaltswerte im Intervall zwis-

chen $x \approx 2,3$ und $x \approx 2,8$ ausgeglichen, so dass bei $x \approx 2,8$ eine weitere Nullstelle der Funktion $F(x)$ zu vermuten ist.

- Eine weitere Nullstelle ist bei ≈ -1 zu erwarten, da sich der Flächeninhalt im Intervall $[0;1]$ mit dem in $[-1;0]$ etwa ausgleicht.
- Außerdem geht aus den Nullstellen und den Vorzeichen der Funktionswerte von f hervor, dass $F(x)$ ein Maximum bei $x = 0$ und ein Minimum bei $x \approx 2,3$ besitzen muss.
- $F(0) \approx 0,5$, da etwa eine halbe Flächeneinheit zwischen Graph und x-Achse liegt.

Graph:



Teil 2 1 a) $f(-x) = -2x \cdot e^{-0,5(-x)^2} = -2x \cdot e^{-0,5x^2} = -f(x) \Rightarrow$ Punktsymmetrie zu O.

$\lim_{x\to\infty} \underbrace{2x}_{\to\infty} \cdot \underbrace{e^{-}0,5x^2}_{\to 0} = 0$, da e^x gewinnt

b) $f'(x) = 2 \cdot e^{-0,5x^2} + 2x \cdot e^{-0,5x^2} \cdot (-x) = 2e^{-0,5x^2}(1 - x^2)$✓

$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \pm 1$, da nur der 2. Faktor Null werden kann.

$f(1) = 2 \cdot e^{-\frac{1}{2}} = \frac{2}{\sqrt{e}}$

$f''(x) = 2e^{-0,5x^2} \cdot (-x) \cdot (1 - x^2) + 2e^{-0,5x^2} \cdot (-2x) = 2e^{-0,5x^2}(-x + x^3 - 2x)$

$= 2e^{-0,5x^2}(x^3 - 3x)$

$f''(1) < 0 \Rightarrow HOP(+1|\frac{2}{\sqrt{e}})$; wg. Punktsymmetrie: $TIP(-1|-\frac{2}{\sqrt{e}})$

c) $m_S = \frac{f(0,5) - f(-0,5)}{0,5 - (-0,5)} = \frac{1 \cdot e^{-\frac{1}{8}} + 1 \cdot e^{-\frac{1}{8}}}{1} \approx 1,76$

$m_T = f'(0) = 2$

Abweichung: $\frac{m_S}{m_T} = \frac{1,76}{2} = 0,88$

Die Abweichung beträgt also etwa 12 %.

d) Der Funktionsterm lässt sich auf die Struktur: $\int g'(x) \cdot e^{g(x)} dx$ bringen:

$\int_0^u 2x \cdot e^{-0,5x^2} dx = \int_0^u 2 \cdot (-1) \cdot \underbrace{(-x) \cdot e^{-0,5x^2}}_{g'(x) \cdot e^{g(x)}} dx$

$= -2 \cdot \int_0^u (-x) e^{-0,5x^2} dx = -2[e^{-0,5x^2}]_0^u = -2 \cdot \left(e^{-0,5u^2} - 1\right) = 2 - 2e^{-0,5u^2} \checkmark$

$\lim_{u \to \infty} A(u) = 2$

Das sich ins Unendliche erstreckende Flächenstück hat den Inhalt 2.

e) 1. Lösung: $x = 0$ für die weiteren Lösungen gilt: $x \neq 0$:

$\frac{2}{e^2} \cdot x = 2x \cdot e^{-0,5x^2} | : (2x)$

$e^{-2} = e^{-0,5x^2} | ln()$

$-2 = -0,5x^2 | \cdot (-2)$

$4 = x^2 \Rightarrow x = \pm 2;$

$x_1 = -2; x_2 = 0; x_3 = 2$

$B = A(2) - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \left(\frac{2}{e^2} \cdot 2\right) = 2 - \frac{6}{e^2}$

2 a) * Bei der Addition einer Konstante zum Funktionsterm ergibt sich für den Graphen lediglich eine Verschiebung in y-Richtung. Also bleibt die x-Koordinate des Hochpunktes gleich, die y-Koordinate verschiebt sich mit

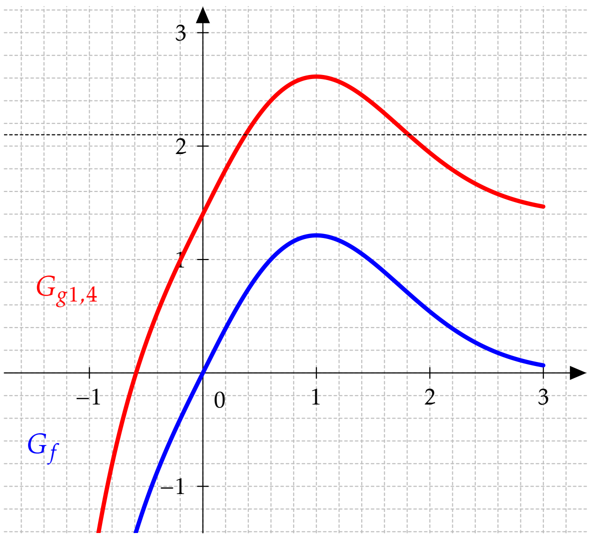
c entlang der y-Achse: $HOP\left(1|\frac{2}{\sqrt{e}}+c\right)$

Aus gleichem Grunde verschiebt sich die Asymptote für das Verhalten bei großen x-Werten: $\lim_{x\longrightarrow\pm\infty} g_c(x) = c$

b) $\alpha)c = +2;$ $\beta)c = 0;$ $\gamma)c = -1;$

c) Die Flächenbilanz im I. Quadranten ist ausschließlich positiv. Durch eine Verschiebung um c " nach oben " kommt also nur die Fläche eines Rechtecks mit der Länge 3 und der Höhe c hinzu.

3 a)



$x_1 = 0.4; x_2 = 1.8$

Der Zeitraum liegt also etwa zwischen 1959 und 1973.

b) z.B. Auf der Grundlage des Modells ist die Geburtenziffer vom Jahr 1974 an kleiner als 2,1. Damit ist zukünftig eine Abnahme der Bevölkerung zu erwarten.

c) Näherungswert: 1972

Man müsste für $x > 1,7$ zeigen, dass $g''_{1,4}(x) > 0$ gilt.