Abi 04 Lsg Ana II

1. $f(x) = \frac{x^2+4x+4}{x^2} = 1 + \frac{4}{x} + \frac{4}{x^2}$

   a) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{x^2+4x+4}{x^2} = \frac{1}{1} = 1$

   $\lim\limits_{x\to 0^-} \frac{1}{+} \underbrace{\frac{4}{x}}_{\to-\infty} + \underbrace{\frac{4}{x^2}}_{\to+\infty} = +\infty$ (x^2 gewinnt)

   $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{1}{+} \underbrace{\frac{4}{x}}_{\to\infty} + \underbrace{\frac{4}{x^2}}_{\to+\infty} = +\infty$

   b) $f'(x) = \frac{2(x+2)\cdot x^2-(x+2)^2\cdot 2x}{x^4} = \frac{2x^2+4x-2x^2-8x-8}{x^3} = \frac{-4x-8}{x^3} = -4\cdot\frac{x+2}{x^3}$

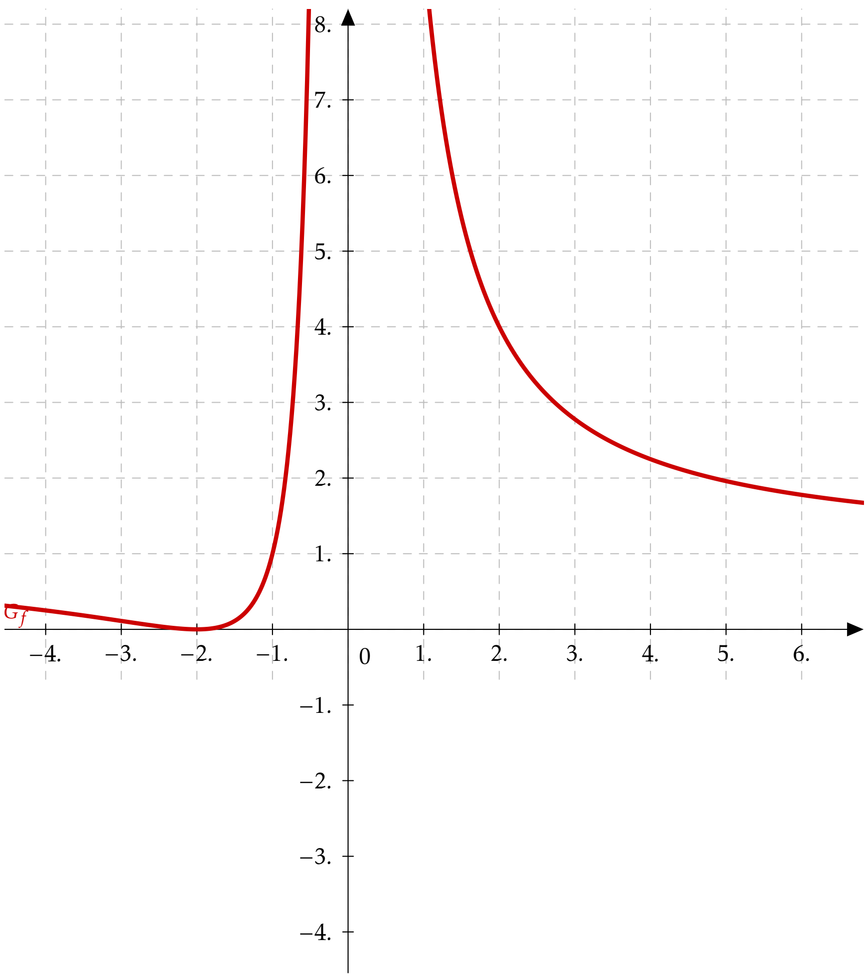
   $0 = -4\cdot\frac{x+2}{x^3}$

   $0 = -4x-8 \Rightarrow x = -2$

VZT	$x<-2$	$x=-2$	$-2<x<0$	$0<x$
$f'(x)$	-	0	+	-
G_f	$\searrow$	TIP	$\nearrow$	$\searrow$

   c) G_f hat bei $x=-2$ einen Tiefpunkt, ist aber im weiteren Verlauf gegen -Unendlich durch die Asymptote $y=1$ nach oben begrenzt. Im Tiefpunkt herrscht eine Linkskrümmung, bei Annäherung an die Asymptote jedoch eine Rechtskrümmung. Da der Graph im zweiten Quadranten stetig ist, muss dort ein Wendepunkt liegen.

   d) Graph:



e) Die Strecke liegt oberhalb des Graphen. Die y-Werte der Randpunkte sind:

$f(-2) = 0; f(-1) = 1;$

Es entsteht also ein Dreieck mit dem Flächeninhalt $A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}$

Flächeninhalt unterhalb des Graphen von f:

$$A_f = \int_{-2}^{-1} f(x)dx = \left[x + 4ln|x| - 4 \cdot x^{-1}\right]_{-2}^{-1}$$
$$= -1 + 4ln(1) - \tfrac{4}{-1} - \left(-2 + 4ln(2) - \tfrac{4}{-2}\right) = -1 + 4 + 2 - 4ln(2) - 2 = 3 - 4ln(2) \approx 0,23$$

$A = A_\Delta - A_f \approx 0,27$

2. a) $g_a(2) = a \cdot 2 - 2a + 4 = 4\checkmark$ für alle $a \in \mathbb{R}$.

$f'(2) = -4 \cdot \frac{2+2}{2^3} = -2$, die Gerade muss also die Steigung -2 besitzen.

Da die Geraden alle die Steigung a besitzen muss also gelten. $a = -2$.

b) Die meisten Geraden schneiden den Graph 3-mal. Die waagerechte Gerade schneidet nur zweimal und die Gerade, die den Graphen im 2. Quadranten berührt schneidet zweimal. Wird sie steiler so gibt es nur noch einen Berührpunkt.