Abi 85 Lsg Ana II

1. a) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{1}{1} = 1$

   $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \frac{0-2}{0+1} = -2$

   Die Asymptoten lauten also $y = 1$ und $y = -2$.

   Schnittpunkt mit der y-Achse ($x = 0$): $f(0) = \frac{1-2}{1+1} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$

   Schnittpunkt mit der x-Achse ($y = 0$): $0 = \frac{e^x-2}{e^x+1} \Rightarrow e^x - 2 = 0 \Rightarrow e^x = 2 \Rightarrow x = ln2$

   b) $f'(x) = \frac{e^x(e^x+1)-(e^x-2)e^x}{(e^x+1)^2} = \frac{3e^x}{(e^x+1)^2} \checkmark$

   $f'(x) > 0$, da sowohl der Zähler als auch der Nenner immer positiv sind.

   G_f ist also streng monoton steigend.

   Mit den Ergebnissen aus 1a ergibt sich $W_f =]-2;+1[$

   c) $f''(x) = \frac{3e^x(e^x+1)^2 - 3e^x\cdot 2(e^x+1)\cdot e^x}{(e^x+1)^4}$

   $= \frac{3e^x\left((e^x)^2+2e^x+1-2(e^x)^2-2e^x\right)}{(e^x+1)^4} = \frac{3e^x(1-(e^x)^2)}{(e^x+1)^4}$

   $= \frac{3e^x(1-e^x)(1+e^x)}{(e^x+1)^4} = \frac{3e^x(1-e^x)}{(e^x+1)^3} \checkmark$

   Wendepunkt: $f''(x) = 0$

   Da alle anderen Faktoren im Zähler nicht Null werden können, muss gelten: $1 - e^x = 0 \Rightarrow x = 0$

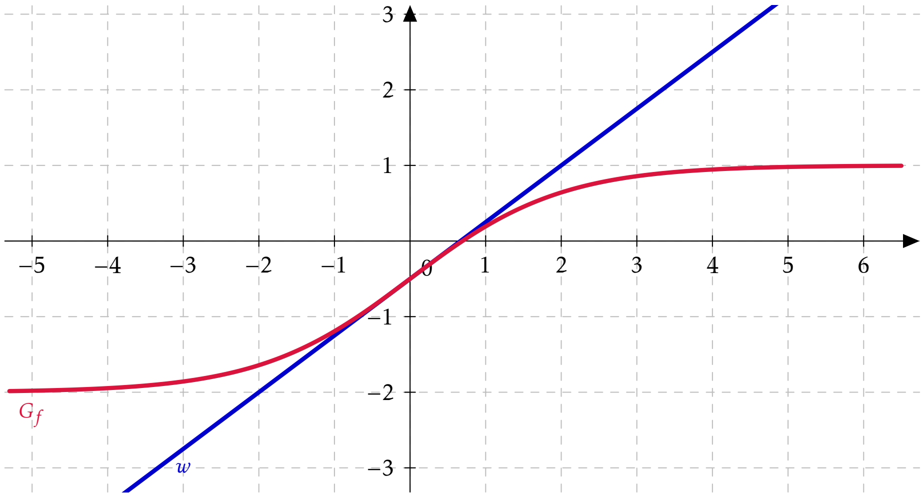
   Mit 1a ergibt sich also WEP$(0|-\frac{1}{2})$

   Der y-Achsenabschnitt ist hier $t = -\frac{1}{2}$, weil die Tangente ja genau an dieser Stelle auch die y-Achse schneiden muss. Fehlt noch die Steigung m:

   $m = f'(0) = \frac{3}{2^2} = \frac{3}{4}$

   Gleichung der Wendetangente $w(x) = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$

d) Graph:



2. a) $F'(x) = \frac{3}{e^x+1} \cdot e^x - 2 = \frac{3e^x}{e^x+1} - \frac{2(e^x+1)}{e^x+1} = \frac{3e^x-2e^x-2}{e^x+1} = f(x)\checkmark$

b) Gesucht ist hier der Flächeninhalt oberhalb des Graphen, also der Inhalt zwischen Graph und seiner oberen Asymptote im Intervall zwischen 0 und 4. Zwei Integrale sind zu berechnen:

$I_1 = \left|\int_0^{ln2} f(x)dx\right| = |F(ln2) - F(0)| = |3ln3 - 2ln2 - (3ln2)|$

$= |3ln3 - 5ln2| = 0,17$

$I_2 = \int_{ln2}^{4} f(x)dx = F(4) - F(ln2) = 3 \cdot ln(e^4 + 1) - 8 - (3ln3 - 2ln2) = 2,14$

$A = A_{Rechteck} + I_1 - I_2 = 1,69$