## Abi 85 Lsg Geo I

1. (a) Basis AB, Spitze bei C:

$$\left|\vec{CA}\right| = \left|\begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}\right| = 6$$

$$\left|\vec{CB}\right| = \left|\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}\right| = 6$$

Die zwei Schenkel sind gleichlang.

Winkel an der Spitze:

$\vec{CA} \circ \vec{CB} = -4 \cdot 4 - 4 \cdot 2 + 2 \cdot 4 = -16$

$cos(\phi) = \left|\frac{-16}{36}\right| = \frac{4}{9} \Rightarrow \phi = 63,61$

Schwerpunkt:

$$\vec{S} = \frac{1}{3} \cdot (\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}) = \begin{pmatrix} 3 \\ \frac{13}{3} \\ 1 \end{pmatrix}$$

(b) $\vec{D} = \vec{A} + \frac{1}{4}\vec{AB} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2,5 \\ 1,5 \end{pmatrix}$

Die Flächeninhalte stehen auch im Verhältnis 1:3, da sich deren Grundlinien ebenfalls im Verhältnis 1:3 verhalten, die Höhen aber identisch sind.

2. (a) Suche den Normalenvektor durch das Kreuzprodukt:

$$\vec{n}' = \vec{CA} \times \vec{CB} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -20 \\ 24 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{n} = \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Bestimmung von c mit Hilfe des Aufpunktes:

$-5 \cdot (-1) + 6 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + c = 0$

$5 + 6 + 2 + c = 0 \Rightarrow c = -13$

$-5x_1 + 6x_2 + 2x_3 - 13 = 0$ oder eben wie in der Angabe

$E_1 : 5x_1 - 6x_2 - 2x_3 + 13 = 0\checkmark$

(b) Bringe $E_1$ in die Hesse-Normalform: $|\vec{n}| = \sqrt{5^2 + 6^2 + 2^2} = \sqrt{65}$

$HNF(E_1) : \frac{1}{\sqrt{65}}(5x_1 - 6x_2 - 2x_3 + 13)$

$HNF(E_1)(Q) = \frac{1}{\sqrt{65}}(5 \cdot 4 - 6 \cdot 0 - 2 \cdot (-16) + 13) = \frac{65}{\sqrt{65}} = \sqrt{65}$

Das Ergebnis hat das gleiche Vorzeichen wie c, also liegt Q auf der gleichen Seite der Ebene wie der Ursprung.

(c) Gleicher Normalenvektor und c muss so angepasst werden, dass Q drin ist:

$5 \cdot 4 - 6 \cdot 0 - 2 \cdot (-16) + c' = 0$

$20 + 32 + c' = 0 \Rightarrow c' = -52$

$E_2 : 5x_1 - 6x_2 - 2x_3 - 52 = 0$

(d) Setze

$g : \vec{X} = \begin{pmatrix} 4 \\ \lambda - 5 \\ -1 - 3\lambda \end{pmatrix}$ in $E_2$ ein:

$5 \cdot 4 - 6 \cdot (\lambda - 5) - 2 \cdot (-1 - 3\lambda) - 52 = 0$

$20 - 6\lambda + 30 + 2 + 6\lambda - 52 = 0$

$0 + 0\lambda = 0\checkmark$ (Wahre Aussage, unabhängig von $\lambda$.

Deshalb liegt g in $E_2$.

Alternativ kann man zeigen, dass der Aufpunkt in $E_2$ und der Richtungsvektor senkrecht auf dem Normalenvektor steht.