

Abi 85 Lsg Geo II

1. (a) Setze PaFo(E_2) in KoFo(E_1):

$$2(0 + 2\lambda + 2\mu) - (-5 + 4\lambda + 4\mu) - 2(-8 + 9\lambda + 18\mu) - 3 = 0$$

$$4\lambda + 4\mu + 5 - 4\lambda - 4\mu + 16 - 18\lambda - 36\mu - 3 = 0$$

$$-18\lambda - 36\mu + 18 = 0$$

$$-\lambda - 2\mu + 1 = 0 \Rightarrow \lambda = 1 - 2\mu; \quad \text{in } E_2:$$

$$s: \vec{X} = \begin{pmatrix} 2(1 - 2\mu) + 2\mu \\ -5 + 4(1 - 2\mu) + 4\mu \\ -8 + 9(1 - 2\mu) + 18\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - 2\mu \\ -1 - 4\mu \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$s: \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- (b) Ebene 2 ist nur in PaFo gegeben, also gleich setzen und λ, μ bestimmen:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ -8 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 18 \end{pmatrix}$$

$$1 = 2\lambda + 2\mu$$

$$2 = 4\lambda + 4\mu$$

$$0 = 9\lambda + 18\mu$$

Verwende I und III, II hat keinen zusätzlichen Gehalt.

$$\text{III}' : \lambda = -2\mu \text{ in I}$$

$$\text{I}' : 1 = -4\mu + 2\mu = -2\mu \Rightarrow \mu = -\frac{1}{2} \text{ in III}'$$

$$\text{III}'' : \lambda = -2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 1$$

$$\text{Zur Überprüfung noch in II: } 2 = 4 \cdot 1 + 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \checkmark$$

λ, μ sind eindeutig bestimmt. Daher muss P in E_2 liegen. \checkmark

Zur Hesse-Normalform von E_1 .

$$\text{Bestimme } |\vec{n}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2} = 3$$

$$\text{HNF}(E_1) : \frac{2}{3}x_1 - \frac{1}{3}x_2 - \frac{2}{3}x_3 - 1$$

$$d(E_1, P) = \left| \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cdot (-3) - \frac{2}{3} \cdot (-8) - 1 \right| = \left| \frac{2}{3} + 1 + \frac{16}{3} - 1 \right| = \left| \frac{18}{3} \right| = 6\checkmark$$

2. (a) Der Normalenvektor auf E_1 hat die Länge 3. P hat den Abstand 6 von der Ebene. Der Fußpunkt ergibt sich also, wenn man den doppelten Normalenvektor zu P addiert oder subtrahiert. Nachdem P im positiven Halbraum über E_1 liegt (hat man bei Berechnung des Abstandes gesehen), muss von P aus rückwärts gegangen werden um zu Ebene zu gelangen:

$$\vec{F} = \vec{P} - 2\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -8 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix} \checkmark$$

(b) noch nicht implementiert

3. F liegt in der Ebene und s liegt auch in der Ebene. Bilde das Vektorprodukt aus dem Richtungsvektor u der Geraden s und dem Normalenvektor, dann erhältst du einen Vektor der auf diesen beiden senkrecht steht, also den Richtungsvektor v der Geraden h:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$\text{Geradengleichung: } h : \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix} + \epsilon \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Nun werden die beiden Geraden h und s gleichgesetzt:

$$-1 + 2\tau = 0 + \nu$$

$$-2 - \tau = -5 + 2\nu$$

$$-1,5 + 2,5\tau = 1$$

Aus III folgt sofort: $\tau = 1$ in I einsetzen:

$$-1 + 2 = \nu = 1 \quad \text{mit II überprüfen:}$$

$$-2 - 1 = -5 + 2\checkmark$$

$$\text{In s einsetzen: } \vec{S} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$