

## Q12: Lösungen bsv 5.2

1.

2. a) Mögliche Gewinne mit Wahrscheinlichkeit:

x	-40	60	160	260
P(X=x)	$\frac{30}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

b)  $\mu = \frac{5}{6} \cdot (-40) + \frac{1}{12} \cdot 60 + \frac{1}{18} \cdot 160 + \frac{1}{36} \cdot 260 = -12,22$

Das Spiel lohnt sich also für den Besitzer, denn er gewinnt im Mittel pro Spiel 12,2 Cent.

3. a)  $E(X) = \frac{2}{36} \cdot \frac{1}{36} + 3 \cdot \frac{2}{36} + 4 \cdot \frac{3}{36} + 5 \cdot \frac{4}{36} + 6 \cdot \frac{5}{36} + 7 \cdot \frac{6}{36} + 8 \cdot \frac{5}{36} + 9 \cdot \frac{4}{36} + 10 \cdot \frac{3}{36} + 11 \cdot \frac{2}{36} + 12 \cdot \frac{1}{36}$   
 $E(X) = \frac{252}{36} = 7$  Der Einsatz muss also 7 Cent betragen.

b) Einsatz: 20Cent

Ergebnisraum:  $\Omega = \{(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}), (\frac{1}{2}, 2), (2, \frac{1}{2}), (2, 2)\}$

Zufallsgröße:

$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \mapsto 5Ct - 20Ct = -15Ct$

$(\frac{1}{2}, 2) \mapsto 20Ct - 20Ct = 0Ct$

$(2, 2) \mapsto 80Ct - 20Ct = 60Ct$

x	-15	0	20
P(X=x)	0,25	0,5	0,25

$E(X) = -15 \cdot \frac{1}{4} + 0 + 20 \cdot \frac{1}{4} = \frac{20-15}{4} = \frac{5}{4} = 1,25$

Im Mittel erhält man bei der Teilnahme 1,25 Cent Gewinn.

Änderung der Kreissektoren

$$-15 \cdot p^2 + 0 + 60 \cdot (1-p)^2 = 0$$

$$-15 \cdot p^2 + 60 \cdot (1 - 2p + p^2) = 0$$

$$-15 \cdot p^2 + 60 - 120p + 60p^2 = 0$$

$$45p^2 - 120p + 60 = 0$$

$$9p^2 + 24p + 12 = 0$$

$$p_1 = \frac{2}{5}; p_2 = 2$$

Die Sektoren müssen also das Verhältnis  $\frac{2}{3}$  zu  $\frac{1}{3}$  aufweisen, also  $240^\circ$  und  $120^\circ$  einnehmen.

4. Übersicht:

Einnahmen : 1000  
 Auszahlung klein : 70  
 Auszahlung mittel : 150  
 Auszahlung groß : x  
 Gewinn : 80

$$1000 - 70 - 150 - x = 80 \Rightarrow x = 700$$

5. Alle Angaben in Euro:

Summe aller Einnahmen: 1000  
 abzüglich Gewinn: 80  
 mögliche maximale Ausgaben:  $1000 - 80 = 920$   
 bekannte Ausgaben:  $70 \cdot 1 + 30 \cdot 5 = 220$   
 verbleibend auszugebende Summe:  $920 - 220 = 700$   
 Der Hauptgewinn darf maximal 700€ betragen.

6. Regulärer Verkauf: 0,85

Zum halben Verkaufspreis: 0,60 von 0,15 = 0,09

Nicht verkauft:  $1 - 0,85 - 0,09 = 0,06$

Einkaufspreis: e

x	$e + 22$	$\frac{1}{2} \cdot (e + 22)$	0
$P(X = x)$	0,85	0,09	0,06

Erwartungswert der Einnahmen pro Becher:

$$(e + 22) \cdot 0,85 + (e + 22) \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,09 + 0 = e \cdot (0,85 + 0,045) + 18,7 + 0,99 = 0,895e + 19,69$$

Gewinn pro Becher:

$$11,2 = 0,895e + 19,69 - e$$

$$-8,49 = -0,105e \Rightarrow e \approx 80,86$$

Ein Becher kostet im Einkauf ungefähr 80,86 Cent.

7. a)  $\mu = 1 \cdot \frac{1}{6} + \dots + 6 \cdot \frac{1}{6} = 3,5$

b) Mittlere absolute Abweichung:

$$m = 2 \cdot 2,5 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot 1,5 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot 0,5 \cdot \frac{1}{6} = 4,5 \cdot \frac{1}{3} = 1,5$$

$$Var(X) = (1 - 3,5)^2 \cdot \frac{1}{6} + (2 - 3,5)^2 \cdot \frac{1}{6} + \dots + (6 - 3,5)^2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{17,5}{6} = 2,92$$

$$\sigma = \sqrt{2,92} = 1,71$$

8. Histogramm: Bei 1, 2, 3 und 4 jeweils  $p = 0,25$ .

$$\mu = 2,5$$

$$Var(X) = 1,5^2 \cdot 0,25 + 0,5^2 \cdot 0,25 + 0,5^2 \cdot 0,25 + 1,5^2 \cdot 0,25 = 1,25$$

$$\sigma = \sqrt{1,25} \approx 1,12$$

9.

10.

11.

12. Tabelle:

Note	1	2	3	4	5	6
Schüler in 10a	4	4	5	3	3	1
Schüler in 10b	-	-	5	10	5	-

a)  $\mu_A = 1 \cdot \frac{4}{20} + 2 \cdot \frac{4}{20} + 3 \cdot \frac{5}{20} + 4 \cdot \frac{3}{20} + 5 \cdot \frac{3}{20} + 6 \cdot \frac{1}{20}$

$$= \frac{60}{20} = 3,00$$

$$\mu_B = 5 \cdot \frac{3}{20} + 4 \cdot \frac{10}{20} + 5 \cdot \frac{5}{20} = \frac{80}{20} = 4,00$$

$$Var(A) = (1-3)^2 \cdot \frac{4}{20} + (2-3)^2 \cdot \frac{4}{20} + (3-3)^2 \cdot \frac{5}{20} + (4-3)^2 \cdot \frac{3}{20} + (5-3)^2 \cdot \frac{3}{20} + (6-3)^2 \cdot \frac{1}{20}$$

$$Var(A) = 2,2 \Rightarrow \sigma_A \approx 1,48$$

$$Var(B) = (3-4)^2 \cdot \frac{5}{20} + (4-4)^2 \cdot \frac{10}{20} + (5-4)^2 \cdot \frac{5}{20} = \frac{8}{20} = 0,4$$

$$\Rightarrow \sigma_B \approx 0,63$$

b)  $\Delta_{Anna} = 1 \approx 0,67 \cdot \sigma_A$

$$\Delta_{Bea} = 1 \approx 1,58 \cdot \sigma_B$$

Anna ist also weniger weit vom Durchschnitt weg, als der Standard, Bea dagegen weiter als der Standard. Deshalb hat klassenbezogen, Bea besser abgeschnitten als Anna.