Die Welt der Atome

Teilbarkeit von Stoffen

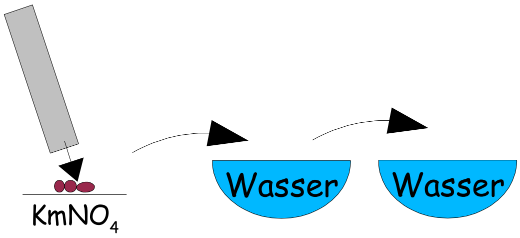
Kaliumpermanganat

Pulverisierung von 1 Körnchen Kaliumpermanganat

Weitere Unterteilung durch Auflösung in Wasser

Mehrmaliges Wiederholen des Vorganges

Es ergibt sich immer noch eine Färbung



Äther

Verdunstung einiger Tropfen Äther

Der Geruch ist nach einiger Zeit im ganzen Zimmer wahrnehmbar.

Alle Körper sind durch mechanisches Zerkleinern, Auflösen oder Verdunsten weitgehend teilbar.

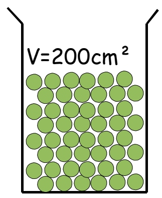
Grenzen der Teilbarkeit: kleinste Länge

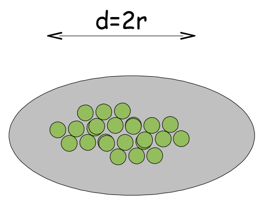
Vorversuch

Messbecher voll Erbsen in Untertasse kippen

Es entsteht eine einlagige Schicht mit Erbsenhöhe

Die Höhe lässt sich aus Fläche und Volumen berechnen





Ölfleckversuch

Ölsäure $C_{18}H_{34}O_2$ in Leichtbenzin 1:1000 lösen

Davon ein Tropfen mit Pipette auf eine Wasseroberfläche

Benzin verdunstet, es entsteht ein kreisförmiger Ölfleck

Test auf Monomolekurarität:

Ein weiterer Tropfen vergrößert den Radius um das 1,4-fache

Bestimmung der Tropfenzahl für $1 cm^3$ ⇒ Volumen eines Tropfens

Rechnung

Volumen eines Tropfens:

$1\ cm^3 \triangleq 65$ Tropfen

$\Rightarrow V_{tropfen} = 0{,}015 cm^3$

$\Rightarrow V_{öl} = 0{,}001 \cdot 0{,}015 cm^3$ (Mischungsverhältnis 1:1000)

$= 1{,}5 \cdot 10^{-5}\ cm^3$

Fläche der Ölschicht:

Gemessener Radius: $r \approx 8cm$

$A = r^2 \cdot \pi = 64cm^2 \cdot \pi = 200cm^2$

Dicke der Ölschicht:

$$d = \frac{V}{A} = \frac{1{,}5 \cdot 10^{-5}\, cm^3}{200\, cm^2} = 7{,}5 \cdot 10^{-8}\, cm$$ Dicke eines Ölmoleküls

Atomare Dimensionen befinden sich im Bereich von 10^{-10} m.

Masse eines Atoms

Dichte von Öl:	$\rho_{Öl} \approx 0{,}9\ \text{g cm}^{-3}$
Volumen eines „Molekülwürfels“:	$V = (1 \cdot 10^{-10})^3\ \text{m}^3 = 1 \cdot 10^{-30}\ \text{m}^3 = 1 \cdot 10^{-21}\text{cm}^3$
Masse dieses Würfels:	$m = \rho \cdot V = 0{,}9\ \text{g cm}^{-3} \cdot 1 \cdot 10^{-21}\ \text{cm}^3 \approx 1 \cdot 10^{-21}\text{g}$
Masse eines Atoms:	$m \approx 1 \cdot 10^{-24}\ \text{kg} : 50 = 2 \cdot 10^{-26}\ \text{kg}$

Theorie:

Atommassen werden in u gemessen: $1\ \text{u} = 1\ \text{kg} : 6{,}023 \cdot 10^{26} = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\text{kg}$

Beispiele für Atommassen:

Wasserstoff: $m_A(H) \approx 1\text{u} = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\text{kg}$

Kohlenstoff: $m_A(C) = 12\ \text{u} = 1{,}99 \cdot 10^{-26}\text{kg}$

Wie schaut nun aber ein Atom von innen aus?

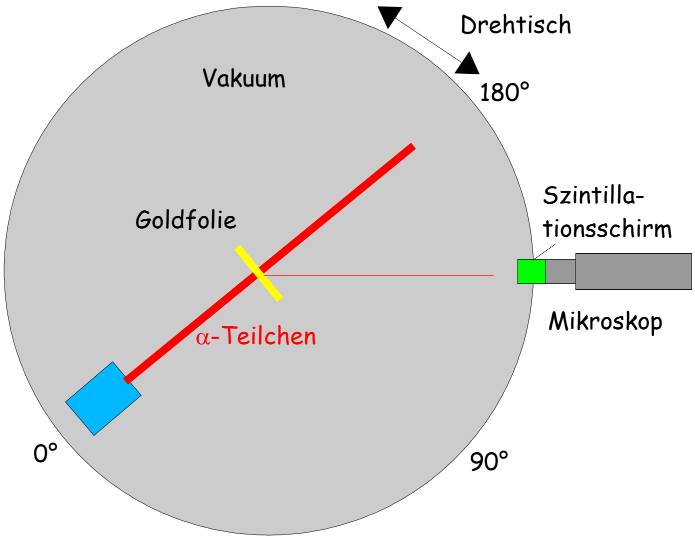
Der Versuch von Rutherford

Rutherford beschoss eine dünne Goldfolie mit α–Teilchen (Heliumkerne):

Schmales Bündel α–Teilchen

auf dünne (100 Atomlagen) Goldfolie

Messung der Intensität unter verschiedenen Winkeln



Ergebnis:

- Fast alle Teilchen gehen gerade durch
- Es treten auch Ablenkungen bis 180° auf

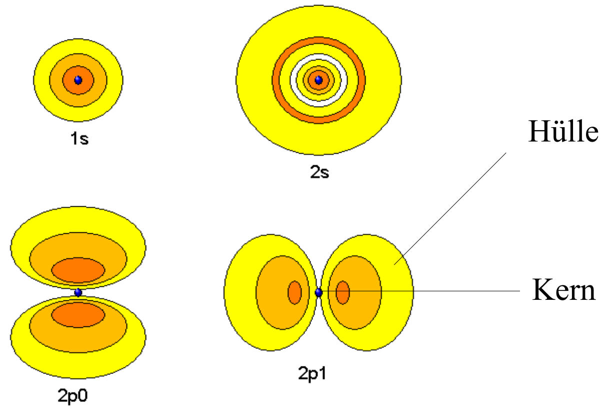
Auswertung:

- Das Atom ist nahezu leer
- Es besteht aus einem kleinen, „harten“ Kern

HA S94/2

Das heutige Modell des Atoms

Aufbau des Atoms



Atom (neutral)

Hülle

unterschiedl. Formen, durchlässig

Ausmaße: etwa 1 Angström = 10^{-10}m

besteht aus

z Elektronen mit jeweils

$m \approx 5{,}5 \cdot 10^{-4}u \approx 9{,}1 \cdot 10^{-31}kg$

$q = -1e \approx -1{,}6 \cdot 10^{-19}C$

geht chemische Bindungen ein

Kern

kugelförmig, massiv

Ausmaße: etwa 10^{-14}m ≈ 1/10000 Hülle

$m \approx 10^{-26}kg$

z Protonen mit jeweils

$m \approx 1u \approx 1{,}672 \cdot 10^{-27}kg$

$q = 1e \approx +1{,}6 \cdot 10^{-19}C$

bestimmen die chemischen Eigenschaften

n Neutronen mit jeweils

$m \approx 1u \approx 1{,}675 \cdot 10^{-27}kg$

$q = 0$

Elektronen, Protonen Neutronen

sind die Elementarteilchen aus denen ein Atom aufgebaut ist.

Angabe von Atommassen:

Die absolute Atommasse A(Atom) benötigt als Einheit entweder 1u oder 1kg, z.B. A(H) = 1,00783u

Aufgaben:

relative Atommassen:
A_r(H) = 1,00783; A_r(O) = 15,9949; A_r(N) = 14,0030; A_r(C) = 12,000; A_r(S) = 31,9721

1. Bestimmen Sie die Masse von Ölsäure ($C_{18}H_{34}O_2$) in Kilogramm.

   $m(C_{18}H_{34}O_2) = (18 \cdot 12{,}000 + 34 \cdot 1{,}00783 + 2 \cdot 15{,}9949)\ u = (216 + 34{,}26622 + 31{,}9898)\ u$
   $= 282{,}25602u = \underline{4{,}685 \cdot 10^{-25}\ kg}$

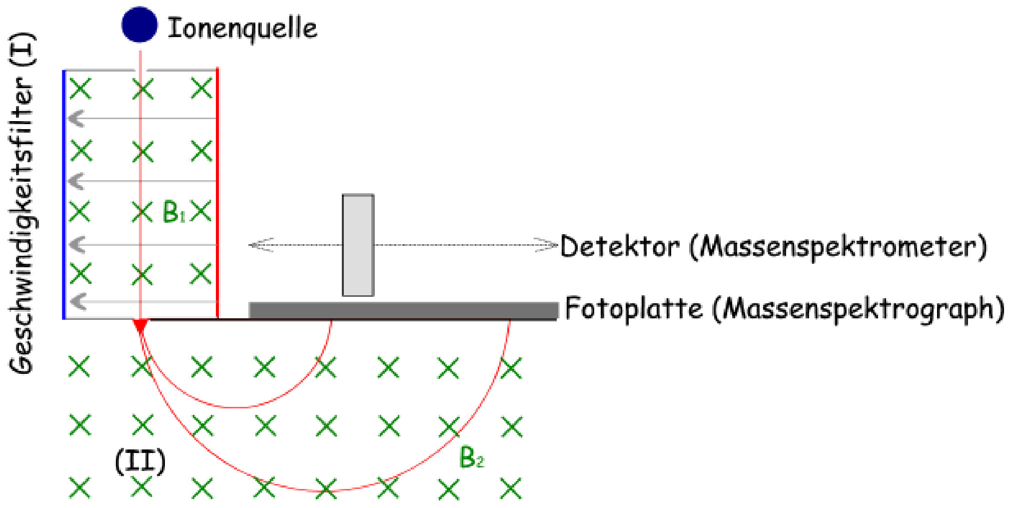
2. Berechnen Sie die absolute Masse von H_2O, NO, H_2SO_4.
   $M(H_2O) = (2 \cdot 1{,}00783 + 15{,}9949) = \underline{18{,}01056}$

HA S98/2

Hinweis auf das Periodensystem der Elemente

Wie ist nun der Kern beschaffen?

Massenspektrographen



I Geschwindigkeitsfilter:

positive Ionen werden von

- der linken Seite angezogen, von der rechten abgestoßen (elektrisches Feld)
- je nach Geschwindigkeit zur rechten Seite hin abgelenkt (Lorentzkraft)

⇒ es kommen nur Ionen mit einer bestimmten Geschwindigkeit durch.

II Umlenkung

Ionen mit kleiner Masse haben einen kleinen Radius, die anderen einen großen.

Aus der Position auf der Platte lässt sich die Masse genau bestimmen.

Isotope

Untersuchung des natürlichen Vorkommens von Chlor:

Chlor	$^{35}_{17}\text{Cl}$	$^{37}_{17}\text{Cl}$
Massenzahl A	35	37
Protonen Z	17	17
Neutronen N	18	20
Rel. Häufigkeit	75,40%	24,60%
Rel. Atommasse	$0{,}754 \cdot 35 + 0{,}246 \cdot 37 = \underline{35{,}49}$	

Natürliches Vorkommen von Uran:

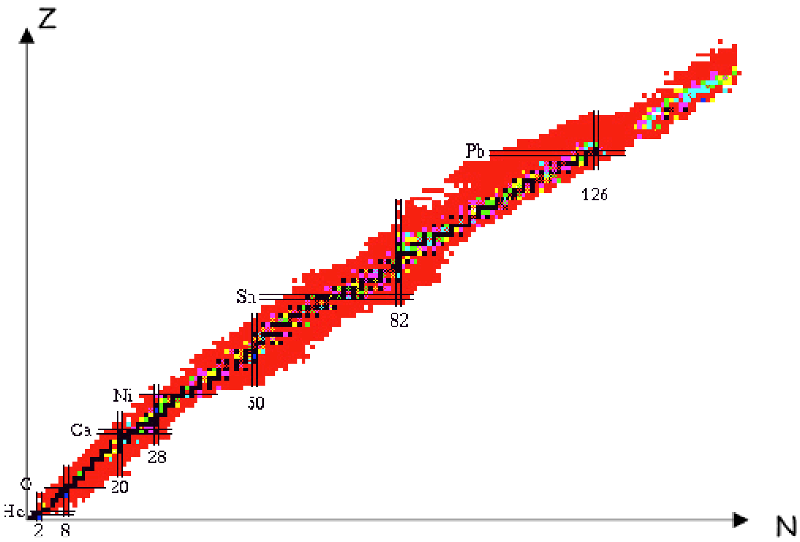
Uran	$^{234}_{92}\mathrm{U}$	$^{235}_{92}\mathrm{U}$	$^{238}_{92}\mathrm{U}$
Massenzahl A	234	235	238
Protonen Z	92	92	92
Neutronen N	142	143	146
Rel. Häufigkeit	0,0056%	0,7180%	99,2760%
Rel. Atommasse	$0{,}000056 \cdot 234 + 0{,}00718 \cdot 235 + 0{,}99276 \cdot 238 = \underline{237{,}98}$		

Die entsprechenden Zahlen sind im Periodensystem als relative Atommasse angegeben.

Bau von Atomkernen aus Protonen und Neutronen, Tabelle

4	–	$^{6}_{4}Be$ Beryllium 6	$^{7}_{4}Be$ Beryllium 7	$^{8}_{4}Be$ Beryllium 8	$^{9}_{4}Be$ Beryllium 9	$^{10}_{4}Be$ Beryllium 10
3	–	$^{4}_{3}Li$ Lithium 4	$^{5}_{3}Li$	$^{6}_{3}Li$	$^{7}_{3}Li$	$^{8}_{3}Li$
2	–	$^{3}_{2}He$ Helium leicht	$^{4}_{2}He$ He	$^{5}_{2}He$ He 5	$^{6}_{2}He$ He 6	
1	$^{1}_{1}H$ Wasserstoff	$^{2}_{1}H$ Deuterium	$^{3}_{1}H$ Tritium	–		
↑p/n→	0	1	2	3	4	5

Dieses System lässt sich zur Nuklidtafel erweitern (Buch S222).



- phys. Eigenschaften d. Kerns durch Z und N weitgehend bestimmt
- Isotope (gleiche chem. Eigenschaften, untersch. Masse) horizontal
- stabile Elemente sind farblich hervorgehoben
- Prozentzahlen bezeichnen den rel. Anteil in nat. Vorkommen
- Zeitangaben sind die Halbwertszeiten der instabilen Elemente
- Position der stabilen Elemente verschiebt sich von der Winkelhalbierenden (kleine Massen) zu mehr Neutronen als Protonen (große Massen)

Wie kommen diese „komischen" Kombinationen der Nukleonen zustande?

Beispiel:

He-3: p-n-p   zwei positive und ein neutrales Nukleon

warum fliegt der Kern nicht auseinander?

Außer der abstoßenden Kraft ex. eine viel stärkere Kraft:

Nukleonen werden bei sehr geringem Abstand zum Nachbarn von der sehr großen Kernkraft angezogen. Sie ist größer als die abstoßende elektrische Kraft.

Übungsaufgaben [1]: Buch S 98/3; 4

3. Leichtes und schweres Wasser

   Die Molelüle des leichten Wassers bestehen aus 2 Wasserstoffatomen H1 und einem Sauerstoffatom O16, die des schweren Wassers aus 2 Wasserstoffatomen H2 und einem Sauerstoffatom O16.

a) Berechne die Masse eines Moleküls des leichten und des schweren Wassers in kg.

   Anzahl der Nukleonen in leichtem Wasser: A = 1 + 1+ 16 = 18
   Anzahl der Nukleonen in schwerem Wasser: A = 2 + 2 + 16 = 20
   Umrechnung nach kg:
   leichtes Wasser: $18u = 18 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}kg = 2{,}988 \cdot 10^{-26}kg$
   schweres Wasser: $20u = 3{,}32 \cdot 10^{-26}kg$

b) Leichtes Wasser hat seine größte Dichte von 1,00kg/dm³ bei 4°C. Wie viele Moleküle sind in 1,00 Liter leichten Wassers von 4°C enthalten?

   18kg leichten Wassers enthalten genau ein kmol Teilchen

   $\Rightarrow$ 1kg enthält $\frac{1}{18}$ kmol = $\frac{6{,}023 \cdot 10^{26}}{18} = 3{,}34 \cdot 10^{25}$

c) Schweres Wasser hat erwas andere physikalische Eigenschaften als leichtes Wasser. Es gefriert bei 4°C, siedet bei 101°C und hat seine größte Dichte bie 12°C. In 1,00 Liter schweres Wasser von 12°C sind genauso viele Moleküle enthalten wie in 1,00 Liter leichten Wassers von 4°C. Welche größte Dichte hat das schwere Wasser?

$$\rho_{schwer} : \rho_{leicht} = \frac{m_{schwer}}{V_{schwer}} : \frac{m_{leicht}}{V_{leicht}} = \frac{m_{schwer} \cdot V_{leicht}}{V_{schwer} \cdot m_{leicht}}$$

$V_{leicht} = V_{schwer} = 1{,}00$ Liter $\Rightarrow$ $\frac{\rho_{schwer}}{\rho_{leicht}} = \frac{m_{schwer}}{m_{leicht}} \Rightarrow \rho_{schwer} = \frac{m_{schwer}}{m_{leicht}} \cdot \rho_{leicht} = \frac{20}{18} \rho_{leicht}$ = 1,11 kg/dm³

4. Neutronensterne

a) Ein Neutron hat den Durchmesser von $2{,}5 \cdot 10^{-15}$m. Welche Dichte ρ hat Materie, die aus dicht gepackten Neutronen besteht?

   Bei einem Würfel gilt: $V = d^3 = 1{,}5625 \cdot 10^{-44}\,m^3$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1{,}66 \cdot 10^{-27}\,kg}{1{,}5625 \cdot 10-44\,m^3} = 1{,}06 \cdot 10^{17}\,\frac{kg}{m^3}$$

b) Welche Masse (in t) hätte ein Stecknadelkopf des Volumens 4mm³ aus dieser Materie?

$$m = \rho \cdot V = 1{,}06 \cdot 10^{17}\,\frac{kg}{m^3} \cdot 4 \cdot 10^{-9}\,m^3 = 420\,000\,t$$

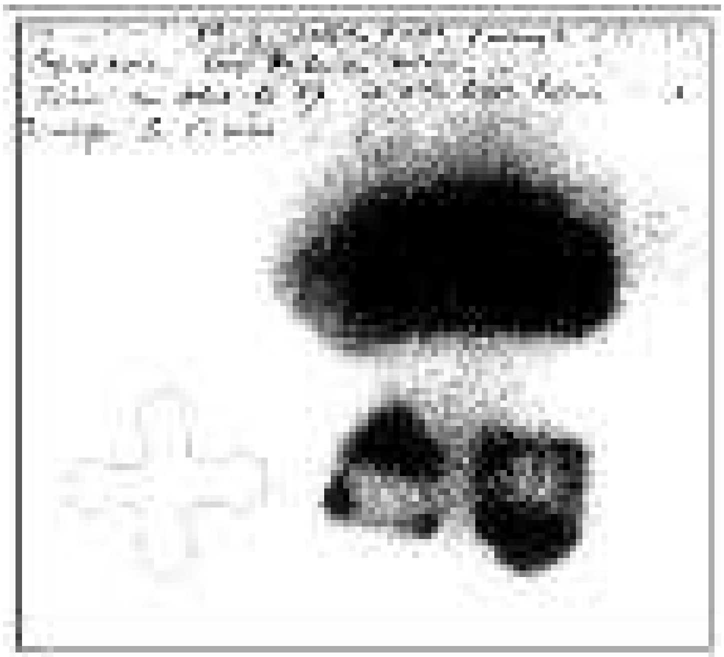
c) Unsere Sonne hat eine Masse von $2 \cdot 10^{30}$ kg und einen Radius von 700 000km. Welchen Radius hat ein Neutronenstern mit gleicher Masse?

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{m}{\rho} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{m}{\rho} \cdot \frac{3}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 10^{30}}{1{,}06 \cdot 10^{17}} \cdot \frac{3}{4\,3{,}14}}\,m = 17000\,m = 17\,km$$

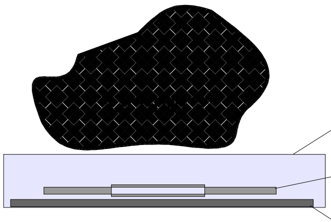
Radioaktivität

Entdeckung und Nachweis

Entdeckung der Radioaktivität



Bequerel 1896 (1852 – 1908):



Uranerz auf einem Orden über einem Fotopapier in einer Schublade. Umriss des Ordens zeichnete sich auf dem Fotopapier ab.

Keine Änderung der Schwärzung von Fotopapier bei anderer Temperatur, Pulverisierung, oder Säureauflösung ⇒ Strahlung kommt aus dem Inneren der Atome.

Phänome radioaktiver Strahlung

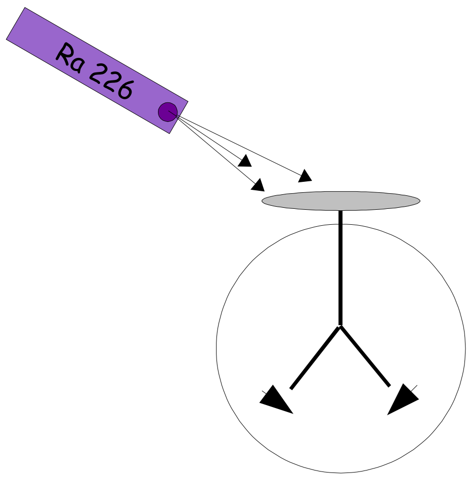
Vorführung radioaktiver Teststoffe, zusammen mit GMZ

- Glühstrumpf
- Uranerz
- Uhrenzifferblätter

  strahlen radioaktiv.

Der Mensch ist nicht in der Lage, radioaktive Strahlung zu „fühlen“. Da sie gefährlich ist, muss man sie irgendwie nachweisen können.

Entladung eines Elektroskopes.

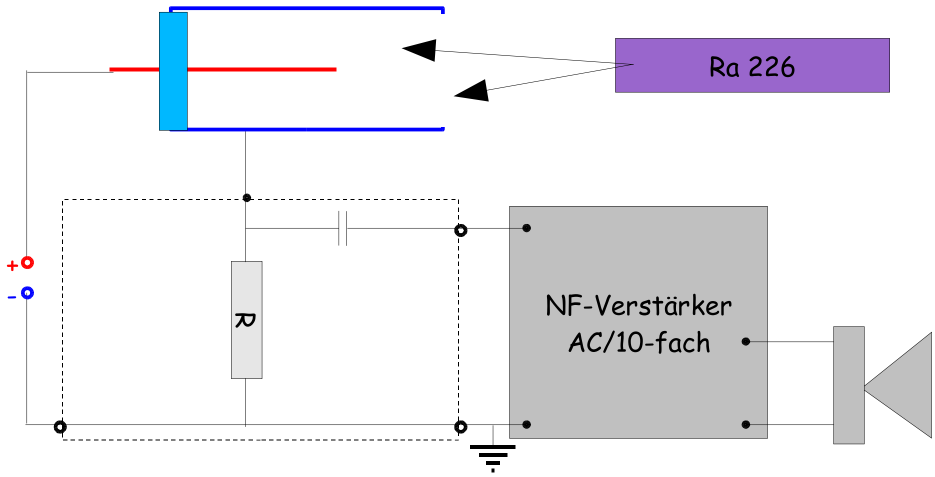


Radioaktive Strahlung ionisiert Luft; die geladenen Teilchen neutralisieren die Ladung auf dem Elektroskop.

Der Spitzenzähler als Nachweisgerät

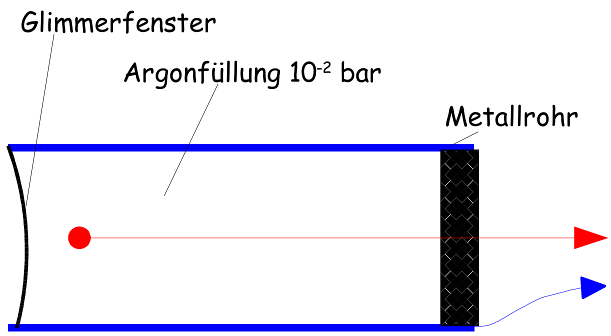
Funktionsweise:

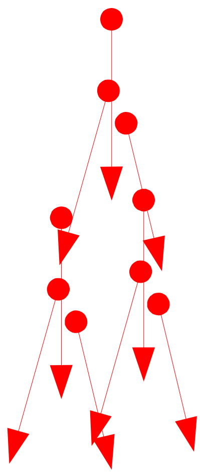
- 2,9 kV liegen an Zählrohr und R an
- Ionisierung der Luft ⇒ Widerstand im Zählrohr wird klein
- ⇒ Großteil von U fällt kurzzeitig an R ab, der Strom im Zählrohr hört auf;
- ⇒ Linke Kondensatorplatte wird kurz positiv geladen
- ⇒ Rechte Kondesatorplatte wird kurz negativ geladen (Influenz)
- ⇒ Spannungs-Impuls gegenüber Erde an Verstärkereingang
- durch Verstärkung hört man ein „Knack“



Die registrierte Strahlung hat nur einige Zentimeter Reichweite und kann Papier nicht durchdringen; sie wird α-Strahlung genannt.

Verbesserung: Das Geiger-Müller-Zählrohr (GMZ)

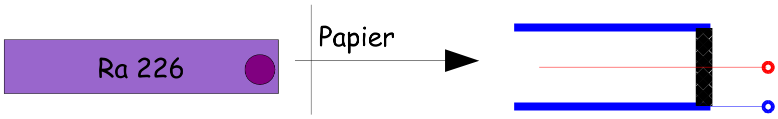


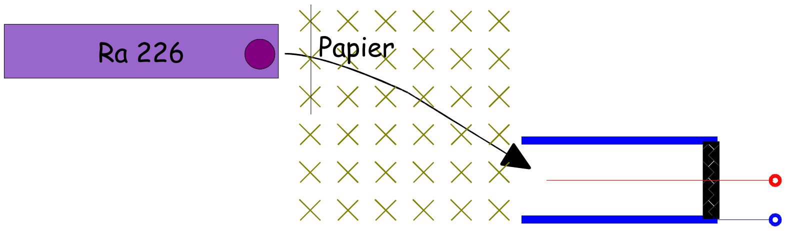


Geringer Druck ⇒ große freie Weglänge ⇒ große kinet. Energie bei Stoß ⇒ mehrfache Stoßionisation, Ladungslawinen ⇒ großer „Knack“

Die Strahlenarten

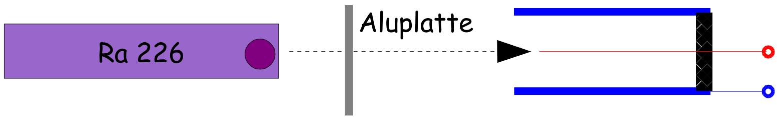
α–Strahlung besteht aus He–Kernen





2. Strahlenart; durchdringt Papier, wird von Magnetfeld abgelenkt

β–Strahlung besteht aus sehr schnellen Elektronen.



3. Strahlenart, durchdringt millimeterdickes Aluminium, wird nicht abgelenkt

γ–Strahlung ist ähnlich der UV–Strahlung nicht sichtbare Strahlung hoher Energie

Sie lässt sich nur mit dicken Bleiplatten abschirmen.

<u>Darstellung aller Strahlenarten in der Nebelkammer</u>

<u>Alle Eigenschaften auf einen Blick</u>

Aspekt	α–Strahlung	β–Strahlung	γ–Strahlung
Besteht aus	${}^{4}_{2}He$ – Kerne	${}^{0}_{-1}e$ (Elektronen)	${}^{0}_{0}\gamma$ Unsichtbares, durchdringes Licht
Geschwindigkeit	bis 10% c	bis 99%c	nur c = $3 \cdot 10^8$ m/s
Ladung	zweifach positiv	einfach negativ	neutral
Abschirmung	Blatt Papier	mm–Aluplatte	cm–Bleiplatte

Entstehung radioaktiver Strahlung

Zerfall des verwendeten Strahlers in der Schule:

$$ {}^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{222}_{86}Rn $$
$$ {}^{222}_{86}Rn \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{218}_{84}Po $$
$$ {}^{218}_{84}Po \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{214}_{82}Pb $$
$$ {}^{214}_{82}Pb \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{214}_{83}Bi $$

Nur bestimmte Kombinationen aus Neutronen und Protonen sind als Kerne stabil. Sie liegen auf einer Kurve unterhalb der Winkelhalbierenden der Nuklidkarte.
Hat ein Kern zuviele
- Neutronen, so erhöht er durch β-Zerfall seine Protonenzahl
- Protonen, so erniedrigt er durch α-Zerfall die Anzahl der Nukleonen

Aufgabe:

Erkläre, wie sich der Inhalt eines Atomkerns bei der jeweiligen Strahlenart ändert.

α-Strahlung: $A_{neu} = A_{alt} - 4$; $Z_{neu} = Z_{alt} - 2$ Ein Helium-Kern weniger

β-Strahlung: $A_{neu} = A_{alt}$; $Z_{neu} = Z_{alt} + 1$ Ein $n \rightarrow p + e$

γ-Strahlung: $A_{neu} = A_{alt}$; $Z_{neu} = Z_{alt}$ Der Kern wird „Energie los" ohne sich zu verändern

Aufgaben aus [1]

1. Die Zerfallsreihe des U 238

Der in unserem Radiumpräparat enthaltene Kern Ra226 ist Glied einer Folge von Zerfällen, die beim Uranisotop U238 beginnt und beim Bleiisotop Pb206 endet. In der Nuklidkarte ist ein Kern, der dem α-Zerfall unterliegt, durch eine gelbe Farbe dargestellt. Ein Kern, der dem β-Zerfall unterliegt, ist durch blaue Farbe wiedergegeben. Stabile Kerne sind schwarz gekennzeichnet.

a) Wie ändern sich jeweils die Ordnungszahl und die Nukleonenzahl eines Kerns durch einen α-, einen β- oder einen γ-Zerfall?

	Ordnungszahl Z	Nukleonenzahl A
α-Zerfall	-2	-4
β-Zerfall	+1	0
γ-Zerfall	0	0

b) Bestimme mit Hilfe der Nuklidkarte die beiden ersten Zerfälle der Reihe und gib ihre Zerfallsgleichung an.

1. Zerfall: U238 $\rightarrow$ Th234 + He4 (α-Zerfall)

2. Zerfall: Th234 $\rightarrow$ Pa234 + e- (β-Zerfall)

c) Ermittle alle Kerne der Reihe! Durch wie viele α-Zerfälle geht der Ausgangskern U238 der Zerfallsreihe schließlich in den stabilen Pb206-Kern über? Wie kann man diese Anzahl ohne Kenntnis der Zwischenkerne berechnen?

Nur beim α-Zerfall verliert der Kern Nukleonen. (Beim β-Zerfall verliert er nur den 2000.ten Teil eines Nukleons, deshalb spielt das keine Rolle für die Nukleonenzahl).
Indem man also die Nukleonenzahl von Anfangs- und Endkern vergleicht und durch 4 teilt (je α-Zerfall gehen 4 Nukleonen verloren) erhält man die Anzahl der α-Zerfälle.
In diesem Fall: $N_\alpha = (238 - 206) : 4 = 32 : 4 = 8$

d) Wie viele β-Zerfälle treten in der Zerfallsreihe auf? Wie kann man diese Anzahl ohne Kenntnis der Zwischenkerne mit Hilfe der bereits bekannten Anzahl der α-Zerfälle und der Ordnungszahl 92 des Ausgangskerns und der Ordnungszahl 82 des stabilen Endkerns berechnen?

Bei jedem α-Zerfall reduziert sich die Ordnungszahl um 2. In unserem Fall müsste der Endkern (bei 8 α-Zerfällen) also eine um 16 geringere Ordnungszahl aufweisen, also 76. Wegen 6 β-Zerfällen liegt die Ordnungszahl tatsächlich aber bei 82.
Formel: $N_\beta = N_\alpha \cdot 2 - Z_{Startkern} + Z_{Endkern} = 8 \cdot 2 - 92 + 82 = 16 - 10 = 6$

2. Die Zerfallsreihe des U 235

Das Uranisotop U235 ist der Ausgangskern einer Zerfallsreihe, die beim stabilen Bleiisotop Pb207 endet.

a) Begründe mit Hilfe der Nukleonenzahl, dass Ra 226 in der Zerfallsreihe nicht auftreten kann!

Da sich die Nukleonenzahl nur beim α-Zerfall ändert und dabei grundsätzlich um 4 reduziert, kann bei einem Ausgangskern mit ungerader Nukleonenzahl unmöglich ein Kern mit gerader Nukleonenzahl entstehen.

b) Wie viele α-Zerfälle finden insgesamt statt? Begründung! Wie viele β-Zerfälle sind nötig? Begründung!

$N_\alpha = (235 - 207) : 4 = 28 : 4 = 7.$

$N_\beta = N_\alpha \cdot 2 - Z_{Startkern} + Z_{Endkern} = 7 \cdot 2 - 92 + 82 = 4$

c) Beim Wismutisotop Bi211 „verzweigt“ die Reihe. Gib jeweils die Gleichungen der möglichen Zerfälle an, die zum stabilen Endkern Pb207 führen.

1.Fall: Bi211 $\rightarrow$ Tl207 + He4 und Tl207 $\rightarrow$ Pb207 + e-

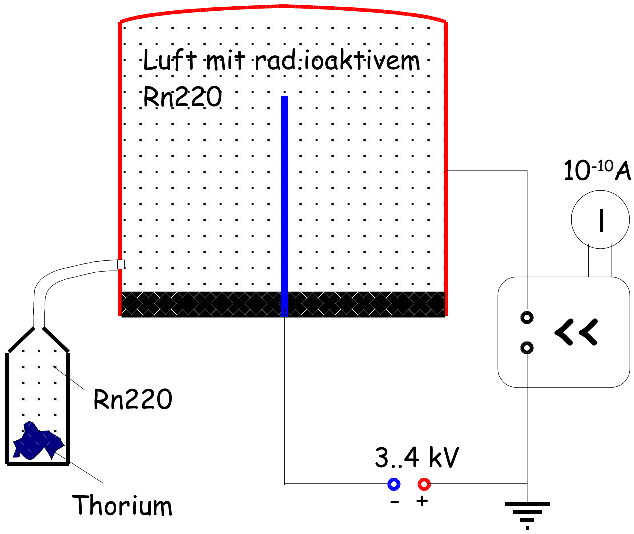
2.Fall: Bi211 $\rightarrow$ Po211 + e- und Po211 $\rightarrow$ Pb207 + He4

d) Ein radioaktives Präparat enthält nur das vorletzte Glied Tl207 der Zerfallsreihe. Neben β–Strahlung sendet dieses auch γ–Strahlung aus. Wie könnte man mit einfachen Mitteln aus dem Tl–207–Präparat eine „Quelle“ reiner γ–Strahlung bauen?

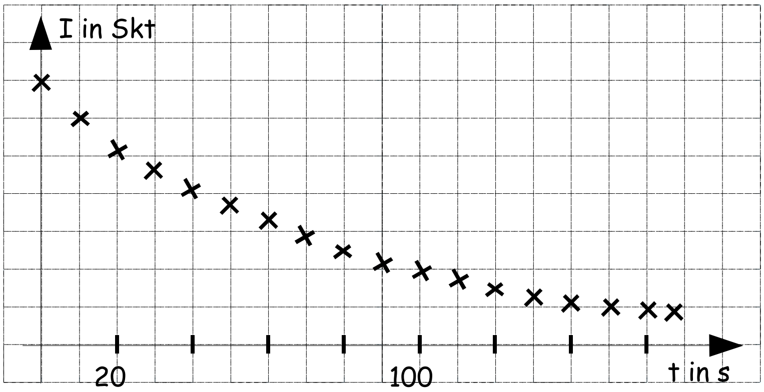
Einen millimeterdünnen Aluminiummantel außenrum setzen.

Der radioaktive Zerfall

Messung des Zerfalls von Radon in der Ionisationskammer



Verlauf der Stromstärke:



bestimmter Strom am Messverstärker

⇒ bestimmte Menge geflossene Ladung pro Zeiteinheit in Ionsiationskammer

⇒ bestimmte Menge Ionen sind pro Zeiteinheit in der Luft erzeugt worden

⇒ bestimmte Menge an radioaktiven Zerfällen pro Zeiteinheit hat stattgefunden (Aktivität) $I(t) \sim A(t)$

⇒ bestimmte Anzahl rad. Atome N war zu der Zeit in der Kammer vorhanden $I(t) \sim N(t)$

Durch den Zerfall Rn222 → He4 + Po218 verschwinden die radioaktiven Radonatome.

Untersuchung der Kurve als Funktion y(x):

Kreuzt die y–Achse an einer bestimmten Stelle

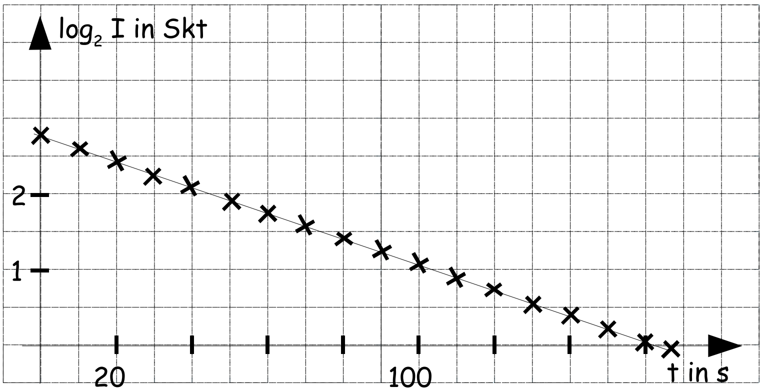
nimmt immer weiter ab, wird aber nie Null

in einem festen Intervall nimmt der Wert etwa auf die Hälfte ab

⇒ Idee: negative Exponentialfunktion $y(x) = 2^{-x}$

Darstellung in einem Diagramm mit $\log_2(I)$ über t:

Nimm von jedem I–Wert den Logarithmus zur Basis 2 und trage ihn in einem Koordinatensystem an.



Es ergibt sich eine Gerade mit der Steigung:

$$m=-\Delta\frac{y}{\Delta}x=-\frac{\log_2 7-\log_2 0{,}9}{165\,s}=-\frac{2{,}80-(-0{,}15)}{165\,s}=-0{,}0179\,s^{-1}$$

multipliziert man ein bestimmtes Zeitintervall mit dieser Steigung so erhält man die Abnahme

des $\log_2(I)$ in dieser Zeit:

Zeitintervall	Abnahme des $\log_2(I)$
20s	$20s \cdot -0{,}0179s^{-1} = -0{,}358$
50s	$50s \cdot -0{,}0179s^{-1} = -0{,}895$
165s	$165s \cdot -0{,}0179s^{-1} = -2{,}954$

also: $\log_2(I(t)) = m \cdot t$

Interessanter ist natürlich I(t) statt $\log_2(I(t))$, deshalb werden beide Seiten in den Exponenten von 2 gesetzt:

$2^{\log2(I(t))} = 2^{m \cdot t}$

Auf der linken Seite wird I(t) nun durch Funktion und Umkehrfunktion geschickt, das ergibt wieder I(t):

$I(t) = 2^{m \cdot t}$

Also in unserem Fall:

$I(t) = 2^{-0{,}0179 \cdot t/s}$

Zeitintervall	Abnahme von I(t)
20s	$2^{-0{,}358} = 0{,}78$
50s	$2^{-0{,}895} = 0{,}54$
165s	$2^{-2{,}954} = 0{,}13$

Nach der Halbwertszeit t_H muss für I(t) = 0,5 I_0 herauskommen, das ist $2^{-1} \cdot I_0$, also kann man auch schreiben

$$I(t)=I_0 \cdot 2^{-\frac{t}{t_H}}$$

Da I(t) ~ A(t) ~ N(t) gilt folgendes Gesetz:

In der Halbwertszeit t_H zerfällt die Zahl der radioaktiven Atome auf die Hälfte. Sind bei t=0 noch N_0 Atome vorhanden, so sind es zu einem beliebigen Zeitpunkt t:

$$N(t)=N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{t_H}}$$

mit der Gesamtaktivität

$$A(t)=A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{t_H}} \quad ; \qquad [A] = s^{-1} = 1 \text{ Bq (Becquerel)}$$

Diese Gesetze gelten sowohl für α- als auch für β-Zerfall.

Aufgaben aus [1]

1. Atome altern nicht

   Das Radonisotop Rn220 hat eine Halbwertszeit von etwa 1 Minute.

   a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein bestimmter Radonkern innerhalb der nächsten Minute zerfällt? Wie ändert sich die Wahrscheinlichkeit mit wachsendem Alter des Kerns? Hängt die Wahrscheinlichkeit eines Lebewesens, innerhalb des nächsten Jahres zu sterben von seinem Alter ab? Wie ist die Aussage „Atome altern nicht“ zu verstehen?

      Die Wahrscheinlichkeit eines Radonkerns, in der nächsten Minute zu zerfallen, liegt genau bei 50%, sonst wäre nicht die Hälfte des Radons nach 1 Minute zerfallen.

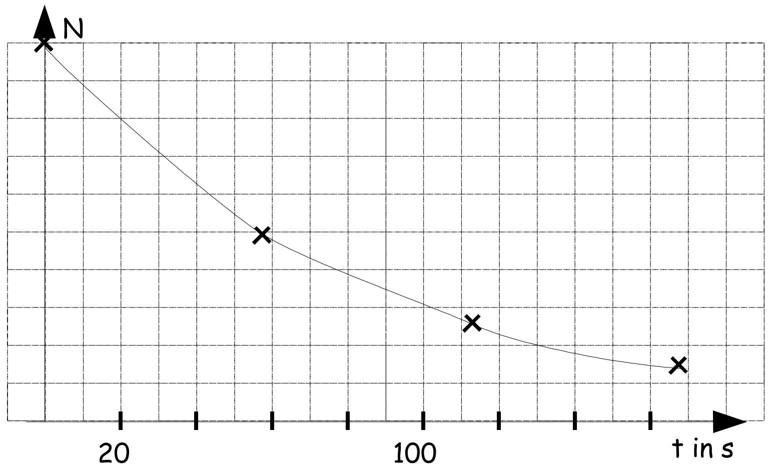
      Diese Wahrscheinlichkeit ist vollkommen unabhängig vom Alter des Kerns.

      Bei Lebewesen ist das anders, da ein Alterungsprozess dafür sorgt, dass einzelne Teile des Körpers sich verändern und dazu führen dass Lebewesen mit Alterszunahme mit höherer Wahrscheinlichkeit sterben.

      Die Bestandteile eines Atomkerns verändern sich nicht, deshalb unterliegt der Kern zu jedem Zeitpunkt der gleichen Wahrscheinlichkeit zu zerfallen.

   b) Warum gilt das Zerfallsgesetz nur für eine sehr große Anzahl N von Atomkernen? Skizziere ein t-N-Diagramm für einen Anfangsbestand von 1 Million Rn-220-Kernen. Wie würde die Kurve verlaufen, wenn Atome wie Lebewesen altern würden?

      Da der Zerfall zu einem zufälligen Zeitpunkt erfolgt braucht man eine große Zahl von Atomen um einen kontinuierlichen Verlauf erhalten.



Die Kurve würde ähnlich verlaufen, nur dass sie nach einem bestimmten Zeitraum bei 0 endet.

c) Welcher Bruchteil der Anzahl der anfangs vorhandenen radioaktiven Kerne ist nach 1, 2, 3, 4, 5 Halbwertszeiten noch unzerfallen? Nach wie viel Halbwertszeiten sind mehr als 90%, mehr als 99% und mehr als 99,9% zerfallen?

$2^{-1} = 0{,}5 = 50\%$; $2^{-2} = 0{,}25 = 25\%$; $2^{-3} = 0{,}125 = 12{,}5\%$;
$2^{-4} = 0{,}0625 = 6{,}25\%$; $2^{-5} = 0{,}03125 = 3{,}125\%$

$2^{-t/T} = 0{,}1 \quad \Rightarrow t = -T \cdot \log_2 0{,}1 = 3{,}32$

$2^{-t/T} = 0{,}01 \quad \Rightarrow t = -T \cdot \log_2 0{,}01 = 6{,}64$

$2^{-t/T} = 0{,}001 \quad \Rightarrow t = -T \cdot \log_2 0{,}001 = 9{,}96$

2. In einer Ionisationskammer werden $7{,}3 \cdot 10^{-16}$g Rn220 gepumpt. Rn220 unterliegt dem α-Zerfall mit einer Halbwertszeit von 56s.

a) Wie viele Radonkerne befinden sich anfangs in der Kammer?

$7{,}3 \cdot 10^{-19}$ kg : 220u = $7{,}3 \cdot 10^{-19}$ kg : $(220 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27})$kg = $2{,}0 \cdot 10^{6}$, also 2 Millionen

b) Wie viele sind es nach 28s, wie viele nach 112s?

$N(t) = N_o \cdot 2^{-t/T}$
$N(28s) = 2 \cdot 10^6 \cdot 2^{-0,5} = 1{,}41 \cdot 10^6$
$N(112s) = 2 \cdot 10^6 \cdot 2^{-4} = 0{,}5 \cdot 10^6$

c) Wie viele Kerne zerfallen innerhalb der ersten Sekunde? Wie groß ist die Aktivität des Radons nach 28s und nach 112s?

$N(1) = N_0 \cdot 2^{1/56} = 1{,}77 \cdot 10^6 \Rightarrow$ Zerfallene Kerne: $2 \cdot 10^6 - 1{,}77 \cdot 10^6 = 0{,}23 \cdot 10^6 \Rightarrow$

$A_o = 2{,}3 \cdot 10^5\ s^{-1}$
$A(28s) = A_o \cdot 2^{-t/T} = 2{,}3 \cdot 10^5\ s^{-1} \cdot 2^{-0,5} = 1{,}62 \cdot 10^5\ s^{-1}$

$A(112s) = A_o \cdot 2^{-t/T} = 2{,}3 \cdot 10^5\ s^{-1} \cdot 2^{-4} = 5{,}75 \cdot 10^4\ s^{-1}$

anderer Weg: $A(t) \sim N(t)$:
$A_o : N_o = 0{,}23 : 2\ s^{-1} = 0{,}115\ s^{-1}$,
also 11,5% der vorhanden Kerne sind pro Sekunde radioaktiv:

$A(28s) = 0{,}115\ s^{-1} \cdot 1{,}41 \cdot 10^6 = 0{,}162 \cdot 10^6\ s^{-1}$
$A(112s) = 0{,}115\ s^{-1} \cdot 0{,}5 \cdot 10^6 = 0{,}0575 \cdot 10^6\ s^{-1}$

3. Im Gegensatz zu Protonen sind einzelne Neutronen nicht stabil. Sie unterliegen mit einer Halbwertszeit von 11min dem β-Zerfall.

a) Gib die Zerfallsgleichung an.

$${}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e$$

b) Wenn anfangs 1 Million freie Neutronen vorhanden sind, wie viele sind es nach 33 min bzw. 1h?

33 min sind 3 Halbwertszeiten, also 0,5 · 0,5 · 0,5 = 0,125 also 12,5%
Nach 1h:
$N(1h) = N_o \cdot 2^{-t/T} = N_o \cdot 2^{-60/11} = 1 \cdot 10^6 \cdot 0{,}023 = 23\,000$

c) Wie viele der 1 Million Neutronen zerfallen innerhalb der ersten Sekunde? Wie groß ist die Aktivität nach 33min?

$N(1s) = 1 \cdot 10^6 \cdot 2^{-1/660} = 999\,000$

Es sind ungefähr 1000 zerfallen. $A_o = 1000\ s^{-1}$

$A(33min) = 12{,}5\%$ von $1000\ s^{-1} = 125\ s^{-1}$

Nach 33min zerfallen noch 125 pro Sekunde.

4. Radioaktives Technetium Tc99 in der medizinischen Diagnostik

Das radioaktive Isotop ${}^{99}_{43}Tc$ unterliegt mit einer Halbwertszeit von 6,0h dem γ-Zerfall. Man verwendet es in der Medizin z. B. zur Bestimmung der Blutmenge eines Patienten. Dazu wird ihm Blut entnommen, mit $7{,}7 \cdot 10^{-11}$ g Tc99 versetzt und dann wieder in den Blutkreislauf gespritzt.

a) Wieviele Tc99-Kerne sind anfangs im Blut enthalten?

$7{,}7 \cdot 10^{-11}\ g = 7{,}7 \cdot 10^{-14}\ kg = 7{,}7 \cdot 10^{-14} \cdot 6{,}023 \cdot 10^{26}\ u = 4{,}8 \cdot 10^{13}\ u$

Jeder Tc99 Kern enthält 99 Nukleonen $M \approx 99u$

Anzahl der Kerne im Blut: $N = 4{,}8 \cdot 10^{13} : 99 = 4{,}8 \cdot 10^{11}$

b) Wie viele zerfallen innerhalb der ersten Sekunde?

Anzahl der Kerne nach einer Sekunde:
$N(1s) = N_0 \cdot 2^{-t/T} = N_0 \cdot 2^{-1/21600} = 0{,}99997\ N_0 = 4{,}799 \cdot 10^{11}$

Anzahl der zerfallenen Kerne:

$0{,}00003\ N_0 = 14{,}4 \cdot 10^6$
In der ersten Sekunde zerfallen 14 Millionen Kerne

c) Nach einiger Zeit hat sich das Technetium gleichmäßig im Blut verteilt. Wie viele der ursrpünglich vorhandenen Kerne sind nach 1,5h noch nicht zerfallen?

$N(t) = N_0 \cdot 2^{-1{,}5/6} = N_0 \cdot 2^{-1/4} = N_0 \cdot 0{,}841 = 84\%\ N_0$

d) Wie groß ist die Aktivität des Technetiums nach 1,5h?

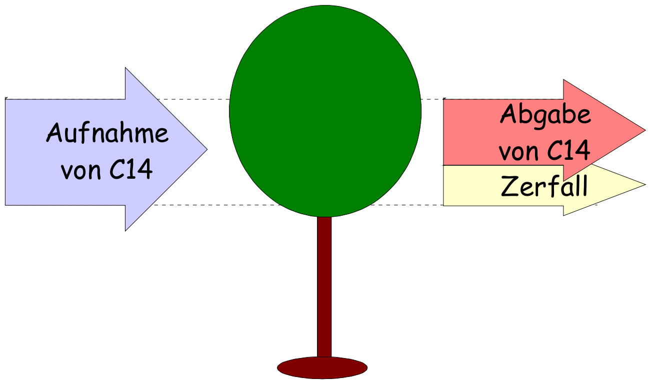
$A_0 = 14{,}4 \cdot 10^6\ Bq$

$A(1{,}5h) = 84\%\ A_0 = 12{,}1 \cdot 10^6\ Bq$

e) Dem Patienten werden 20cm³ Blut entnommen. Die Aktivität der Probe wird nun (1,5h nach Beginn der Untersuchung) zu 43,5 kBq gemessen. Welches Blutvolumen hat der Patient? (Hinweis: $1Bq = 1s^{-1} \triangleq 1$ Zerfall pro Sekunde).

$$\frac{V_{Blut}}{V_{Probe}} = \frac{A_{Blut}}{A_{Probe}} \Rightarrow V_{Blut} = \frac{V_{Probe} \cdot A_{Blut}}{A_{Probe}} = \frac{20\,cm^3 \cdot 12{,}1 \cdot 10^6}{43{,}5 \cdot 10^3} = 5600\,cm^3 \quad = 5{,}6\ dm^3$$

Die C14-Methode zur Altersbestimmung

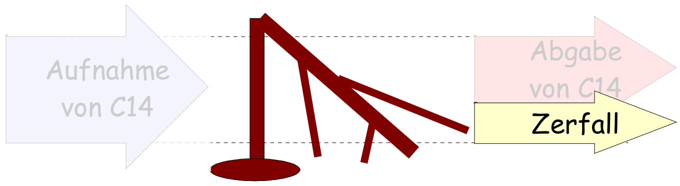


Organismen mit funktionierendem Stoffwechsel

⇒ Anteil radioaktives C14 ist konstant

⇒ C14-Aktivität des lebenden Organismus ist konstant und bestimmbar

Aktivität von 1g Kohlenstoff: 14 min^{-1}



Tote Organismen

⇒ C14 wird nicht mehr ausgetauscht

⇒ C14 zerfällt

⇒ Aktivität nimmt ab mit T = 5600a

Beispiel: Leinentuch des Propheten Jesaja

A(Leinentuch Jesaja) = 79% A(lebendig)

$$A(t)=A_0\cdot 2^{-\frac{t}{T}}\Rightarrow$$
$$\frac{A(t)}{A_0}=2^{-\frac{t}{T}}\Rightarrow$$
$$\log_2\frac{A(t)}{A_0}=-\frac{t}{T}\Rightarrow$$
$$t=-T\cdot\log_2\frac{A(t)}{A_0}$$
$$t=-T\cdot\log_2 0{,}79$$
$$t=-5600\,a\cdot(-0{,}34)\approx 1900\,a$$

Das Leinentuch ist also etwa 1900 Jahre alt.

Aufgaben aus [1]

1. Altersbestimmung mit der C14–Methode

Mit der C14–Methode wurden viele interessante archäologische Funde datiert und historisch eingeordnet.

a) Zeichne zu einer Kohlenstoffprobe der Masse 1g, die zur Zeit t = 0 lebender organischer Substanz entnommen wurde, für das Zeitintervall von 0 bis 18000a ein t–A–Diagramm. (Berechne dazu die Zerfallsrate A(t) in Schritten von 2000a)

b) Die Jahresringe einer Borstenkiefer zeigen, dass diese 2905 Jahre alt wurde. Eine Holzprobe aus dem Mark des Stamms lieferte die Zerfallsrate A = 9,82 min^{-1} für 1g Kohlenstoff. Um wieviel Prozent weicht das mit der C14–Methode bestimmte Alter vom „Jahresringverfahren" ab?

$A(t) = A_0 \cdot 2^{-t/T} \Rightarrow$

$$\frac{A(t)}{A_0} = 2^{-\frac{t}{T}} \Rightarrow \log_2 \frac{A(t)}{A_0} = \frac{-t}{T} \Rightarrow t = -T \cdot \log_2 \frac{A(t)}{A_0}$$

$t = -5600a \cdot \log_2 (9{,}82 / 14{,}4) = -5600a \cdot (-0{,}55) \approx 3100a$

$\frac{3100}{2900} = 1{,}06$ $\triangleq$ 6% Abweichung

Zu den folgenden archäologischen Funden ist jeweils die Aktivität einer Kohlenstoffprobe der Masse 1g angegeben. Bestimme mit Hilfe des t–A Diagramms den ungefähren Wert des Alters und dann rechnerisch den genaueren:

c) Am toten Meer entdeckte man in einer Höhle Bibeltexte des Buches Jesaja mit A = 11,1 min^{-1}

$t = -5600a \cdot \log_2 (11{,}1 / 14{,}4) = -5600a \cdot (-0{,}38) \approx 2100a$

d) In einer französischen Höhle bei Montignac entdeckte man bemerkenswerte Felsbilder von Urrindern und Wildpferden. Man fand dort auch Holzkohle mit A = 2,0 min^{-1}.

$t = -5600a \cdot \log_2 (2{,}0 / 14{,}4) = -5600a \cdot (-2{,}85) \approx 16000a$

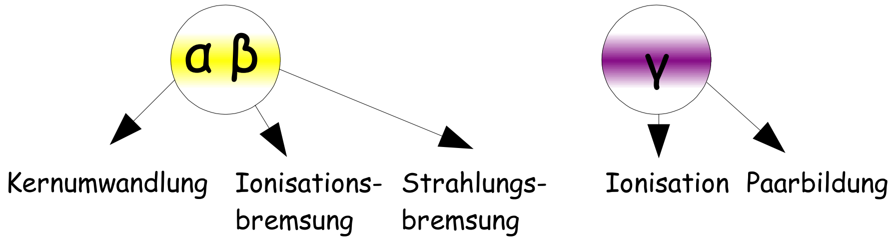
e) Die ältesten menschlichen Kulturreste Nordamerikas haben Aktivitäten um 0,3 min^{-1}

$t = -5600a \cdot \log_2 (0{,}3 / 14{,}4) = -5600a \cdot (-5{,}58) \approx 31000a$

Gefahren radioaktiver Strahlung

Atomphysikalische Vorgänge

Ursachen der Absorption (Energieverlust) von radioaktiver Strahlung.



- Kernumwandlung: Ein α– oder β–Teilchen wird im Kern eingebaut, es entsteht (meistens) ein radioaktives Isotop.
- Ionisationsbremsung: Wie im Zählrohr. Das Teilchen verliert durch Ionisation von Molekülen Energie. Dabei können Radikale entstehen.
- Strahlungsbremsung: Durch z.B. „nahes Vorbeifliegen am Kern“. Dabei wird z.B. γ–Strahlung und Röntgenstrahlung frei.
- Paarbildung: in der Nähe eines Kerns werden Elektron und Positron gebildet. → β–Strahlung.

Biologische Vorgänge

Die genannten Vorgänge wirken auf die Zellflüssigkeit, Eiweißmoleküle und Nukleinsäuremoleküle.

Primäre Wirkung

Stoß (Erhöhung der Temperatur), Molekülanregung(Aussendung elektromagn. Strahlung), Ionisation (Bildung von Radikalen).

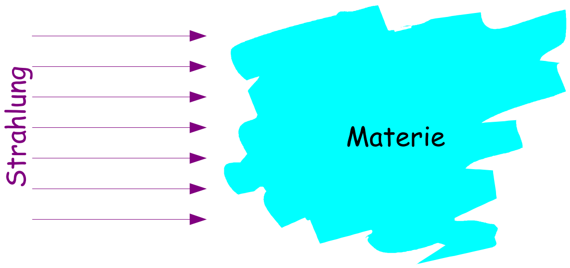
Sekundäre Wirkung

Bildung von Wasserstoffperoxid; Veränderung von Aminosäuren und Enzymen; Zerstörung/Veränderung von Chromosomen

Wirkung auf den Organismus

- somatische Schäden: Übelkeit; Enzündungen; Haarausfall; (Krebs?);
- genetische Schäden: Krebs; Totgeburten; Missbildungen;

Dosimetrie



Definition:

$$Dosis := \frac{Strahlungsgröße}{bestrahlte\ Masse}$$

Beispiele

Strahlungsgröße	Name	Definition
Anzahl der erzeugten Ionen	Ionendosis	$I := \frac{\Delta Q}{\Delta m}; [I] = \frac{As}{kg}$
Absorbierte Energie	Energiedosis	$D := \frac{\Delta W}{\Delta m}; [D] = \frac{J}{kg} = 1\, Gy$
Biologische Wirksamkeit (q) · absorbierte Energie	Äquivalentdosis	$H := q \cdot D; [H] = \frac{J}{kg} = 1\, Sv$

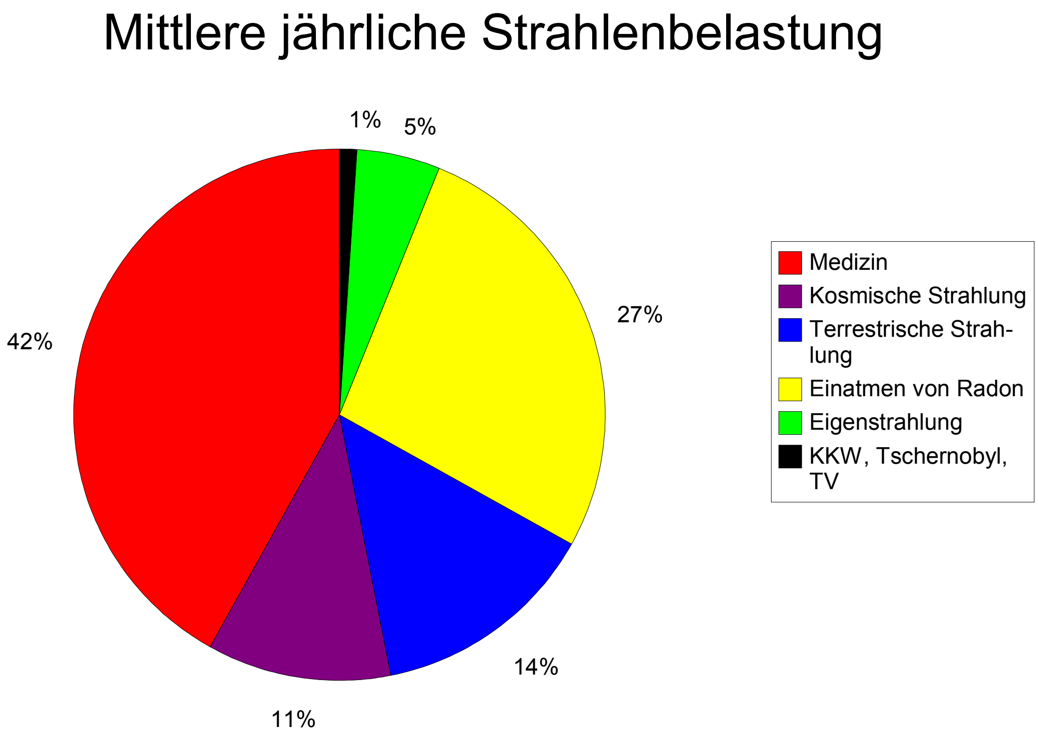
einige q-Faktoren:

Strahlungsart	q-Faktor
Röntgen und γ-Strahlung	1
β-Strahlung	1
thermische Neutronen	3
α-Strahlung	10
Protonen	10
schnelle Neutronen	10..20
Schwere (Rückstoß-)Kerne	30

Strahlenkrankheit

<table>
<tr><th>Äquivalentdosis</th><th>nach 3h</th><th>24h</th><th>3d</th><th colspan="2">nach langer Zeit</th></tr>
<tr><td>1 Sv</td><td>–</td><td>–</td><td>–</td><td>–</td><td rowspan="4">erhöhtes Krebsrisiko</td></tr>
<tr><td>2 Sv</td><td>Übelkeit</td><td colspan="2">ev. Erbrechen</td><td>mehrere Wochen Arbeits-unfähigkeit</td></tr>
<tr><td>4 Sv</td><td>Übelkeit, Erbrechen</td><td>Erbrechen</td><td>ev. Fieber, Durchfall</td><td>mehrere Monate Arbeits-unfähigkeit</td></tr>
<tr><td>6 Sv</td><td>Schock, Apathie, Erbrechen</td><td>Erbrechen, Fieber</td><td>Fieber, Erythem, Durchfall</td><td>Tod</td></tr>
</table>

Mittlere jährliche Strahlenbelastung einer Person in Deutschland nach [1]



Aufgaben

1. In einem Forschungslabor wird eine Dosis von 20 µ J/kg je Stunde gemessen. Dabei handelt es sich um ein Experiment mit Neutronenstrahlung. Wie viele Stunden darf ein Forscher im Labor arbeiten, wenn seine Äquivalentdosis maximal 1,0 mSv betragen darf.

   gegeben: Äquivalentdosis: H = 1,0 mSv;
   q–Faktor Neutron: $q_{Neutron} = 3$;
   Energiedosis pro Stunde: $D = 20 \cdot 10^{-6}\ J\ kg^{-1}$

   gesucht: Zeit

   Lösung:

   Energiedosis pro Stunde: $D = 20 \cdot 10^{-6}\ J\ kg^{-1}$

   Äquivalentdosis pro Stunde: $H = q \cdot D = 60 \cdot 10^{-6}\ Sv$

   Anzahl der möglichen Stunden: $1 \cdot 10^{-3}\ Sv : 60 \cdot 10^{-6}\ Sv = 16{,}7h = 16h\ 40min$

2. Castorbehälter

   Die Strahlenschutzbestimmungen begrenzen die Strahlung eines Castorbehälters auf eine Ortsdosisleistung von 100 µSv/h in 2 m Abstand und von 250 µSv/h an der Oberfläche der Behälter. Umgekehrt verlangen die Strahlenschutzbedingungen höchstens eine zusätzliche Strahlenbelastung von 1,0 mSv pro Jahr. [3]

   a) Wie lange darf sich ein Polizist theoretisch in 2m Abstand eines Transportbehälters aufhalten?

   1,0 mSv : 0,1 mSv/h = 10h

   b) Wie lange darf er sich direkt am Behälter aufhalten?

   1,0 mSv : 0,25 mSv/h = 4h

   c) Welchen Prozentsatz macht der Anteil der γ–Strahlung in der biologischen Belastung des Organismus aus, wenn die Hälfte der Strahlung aus schnellen Neutronen und die andere Hälfte aus γ–Strahlung besteht? (Gehe zur Vereinfachung davon aus, dass die Dosisleistung proportional zum Anteil der Strahlung ist)

$$\frac{H_\gamma}{H} = \frac{q_\gamma \cdot D_\gamma}{q_\gamma \cdot D_\gamma + q_{Neutronen} \cdot D_{Neutronen}} = \frac{q_\gamma \cdot 0{,}5\, D}{q_\gamma \cdot 0{,}5\, D + q_{Neutronen} \cdot 0{,}5\, D}$$

$$\frac{q_\gamma}{q_\gamma + q_{Neutonen}} = \frac{1}{1+15} = \frac{1}{16} = 0{,}0625$$

   Der Anteil γ–Strahlung an der Belastung des Körpers liegt bei etwa 6%.

Aufgaben aus [4]

3. Eine Person liest nach 3 Stunden und 30 Minuten Arbeitszeit am Personendosimeter 700 µSv ab.

   a) Welcher mittleren Dosisleistung war die Person ausgesetzt?

   700 µSv : 3,5h = 200 µSv / h

   b) Welche Dosis würde in 6 Stunden zu erwarten sein?

   $200\ µSv\ h^{-1} \cdot 6h = 1{,}2\ m\ Sv$

   c) Welche Überlegungen sind für die weitere Tätigkeit anzustellen?

   Keine strahlenexponierten Arbeiten für dieses Jahr mehr!

4. An einem Stabdosimeter werden im Verlauf einer mehrtägigen Tätigkeit in einem Kernkraftwerk während eines Monats folgende Werte abgelesen: 150 µSv, 50 µSv, 250 µSv, 1050 µSv, 50 µSv,

100 µSv, 300 µSv. Geben Sie den Monatswert für die Dosis an, der in den Strahlenpass einzutragen ist.

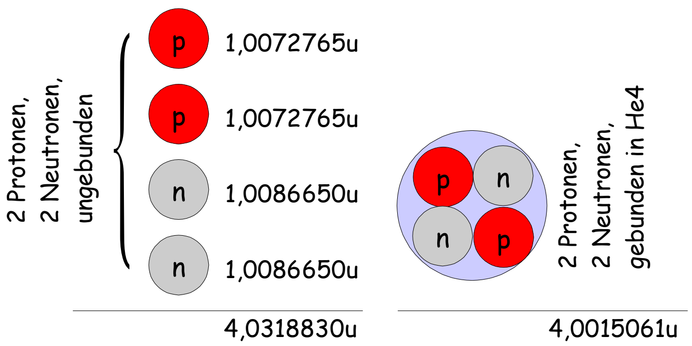
Die einzelnen Werte sind zu addieren: 1,95 mSv

5. Welche maximale Ortsdosisleistung könnte an einem strahlenexponierten Arbeitsplatz (< 20mSv im Jahr!) zugelassen werden, wenn dort ständig (40 h – Wochen) gearbeitet wird und eine gleichmäßige Ganzkörper-Strahlenexposition gegeben ist ?

   Die effektive Dosis darf 20 mSv im Kalenderjahr nicht überschreiten. Daraus ergibt sich unter Berücksichtigung von 40 h pro Woche: 10 µSv/h

Kernenergie und ihre Nutzung

Der Massendefekt



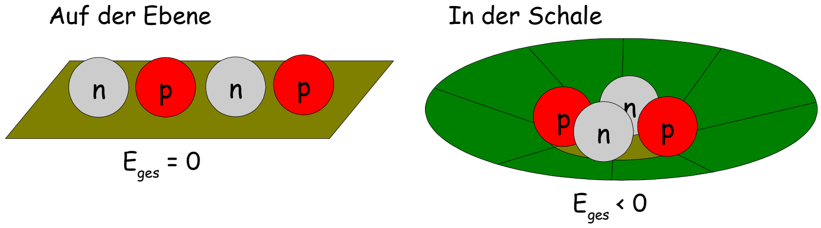
Bei der Bindung von Nukleonen in einen Kern geht Masse „verloren“ (Massendefekt).

$$\Delta m = 2\ m_P + 2\ m_N - m_{He} = 4{,}03188u - 4{,}0015061u = 0{,}0303769u$$

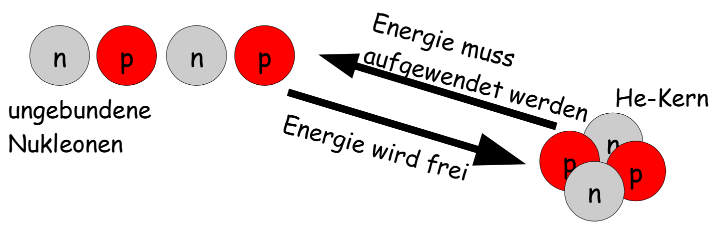
Die Masse m_k eines Atomkerns ist etwas kleiner als die Summe seiner Nukleonen. Der Massendefekt eines Kerns berechnet sich zu:

$$\Delta m = Z \cdot m_P + N \cdot m_N - m_K$$

Um den Massendefekt zu erklären, muss man sich den unterschiedlichen Zustand für die vier Nukleonen anschauen:



Außerhalb des Atomkerns kann jedes Nukleon ohne großen Aufwand bewegt werden, innerhalb des Kernes nicht (Bindungskräfte). Man benötigt Energie, um den Kern zu zerlegen:



Der Heliumkern besitzt also weniger Energie als die einzelnen Nukleonen, wenn sie frei sind. Die fehlende Energie macht sich als fehlende Masse im Kern bemerkbar.

Die Äquivalenz von Masse und Energie

Einstein fand heraus, dass Masse eine Form von gebundener Energie darstellt. Die der Masse entsprechenden Energie ist ihr sogar direkt proportional:

$$E = mc^2$$

Aufgabe

Welche Energie wird frei, wenn man 2 Protonen und 2 Neutronen zu einem Heliumkern fusioniert?

$\Delta m = 0{,}0303769u = 0{,}0303769 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}kg = 5{,}0425654 \cdot 10^{-29}kg$

$\Delta E = 5{,}0425654 \cdot 10^{-29}kg \cdot c^2 = 5{,}0425654 \cdot 10^{-29}kg \cdot 9{,}0 \cdot 10^{16}\,m/s^2 \approx 4{,}5 \cdot 10^{-12}\,J$

um sich das besser vorstellen zu können, nehme man jeweils 2g Wasserstoff und 2g „Neutronenstoff" und fusioniere sie:

$\Delta E \approx 4{,}5 \cdot 10^{-12}\,J \cdot 6{,}023 \cdot 10^{23} = 2{,}73 \cdot 10^{12}\,J = 2730\,GJ$

Aufgabe

Welche Masse würde nach der Einstein-Formel ausreichen, um die Einwohner von ganz München um 1m hochzuheben?

Lösung:

Einwohnerzahl von München: $\approx 1 \cdot 10^6$

Masse der Einwohner: $\approx 7 \cdot 10^7$ kg

Energie für 1 Höhenmeter: $\approx m \cdot g \cdot h = 7 \cdot 10^7 \cdot 10 \cdot 1\,J = 7 \cdot 10^8\,J$

Auflösen der Einsteinformel: $m = \frac{E}{c^2} = \frac{7 \cdot 10^8}{(3 \cdot 10^8)^2} = 8{,}3 \cdot 10^{-9}\,kg = 8{,}3\,ng$

Antwort

Könnte man eine Masse von 8,3ng komplett nach der Einsteinformel in Energie verwandeln, so würde diese ausreichen alle Bewohner von München einen Meter hochzuheben.

Könnte man Masse in Energie verwandeln, so erhielte man aus wenig Masse große Energiemengen.

Bekannte Massendefekt-Reaktionen:

- Kernfusion
- Kernspaltung
- Verbindung von Materie und Antimaterie

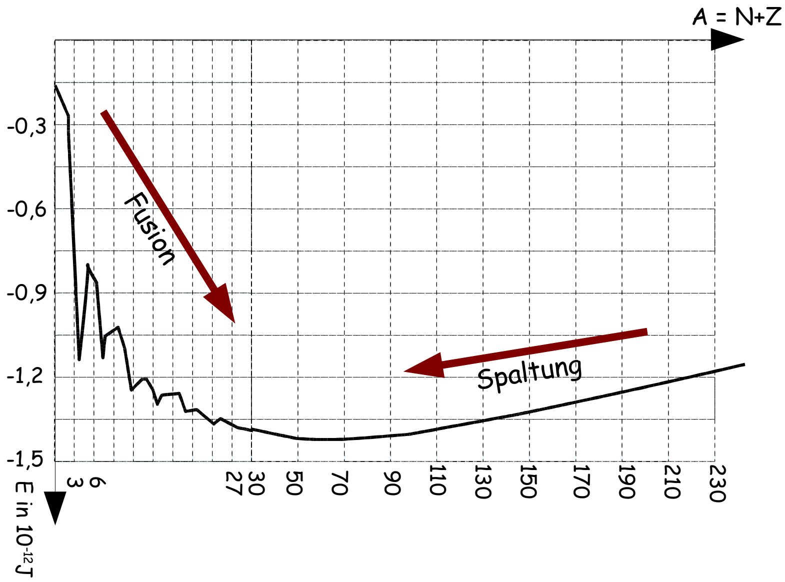
Nutzung der Kernenergie

Bindungsenergie pro Nukleon (Stabilität eines Kernes)

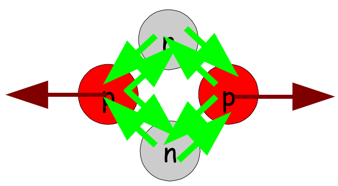
Kern	Massendefekt in u	Bindungs-energie in J	Bindungsenergie pro Nukleon in J
Berechnung	$\Delta m = Z \cdot m_P + N \cdot m_N - m_{Kern}$	$E = \Delta m \cdot c^2$	$E_{Nukleon} = \Delta m \cdot c^2 : A$
Helium (He4)	$2 \cdot 1{,}007276 + 2 \cdot 1{,}008665 - 4{,}0015065 = 0{,}0303769$	$-4{,}5 \cdot 10^{-12}$	$-4{,}5 \cdot 10^{-12} : 4 = -1{,}1 \cdot 10^{-12}$
Eisen (Fe56)	$26 \cdot 1{,}007276 + 30 \cdot 1{,}008665 - 55{,}920708 = 0{,}528418$	$-7{,}9 \cdot 10^{-11}$	$-7{,}9 \cdot 10^{-11} : 56 = -1{,}4 \cdot 10^{-12}$
Uran (U235)	$92 \cdot 1{,}007276 + 143 \cdot 1{,}008665 - 234{,}99410 = 1{,}914387$	$-2{,}9 \cdot 10^{-10}$	$-2{,}9 \cdot 10^{-10} : 235 = -1{,}2 \cdot 10^{-12}$

Je mehr Energie pro Nukleon zum Herauslösen aufgewendet werden muss, desto stabiler ist der Kern.

⇒ Eisen ist stabiler als Helium und Uran.



Ursachen



Die Stabilität des Kerns (Bindungsenerige pro Nukleon) wird bestimmt durch das Gegenspiel von

- Kernkraft (stark anziehend, nur zwischen Nachbarn)
- elektrische Kraft (abstoßend, nur zwischen Protonen)

Kernfusion

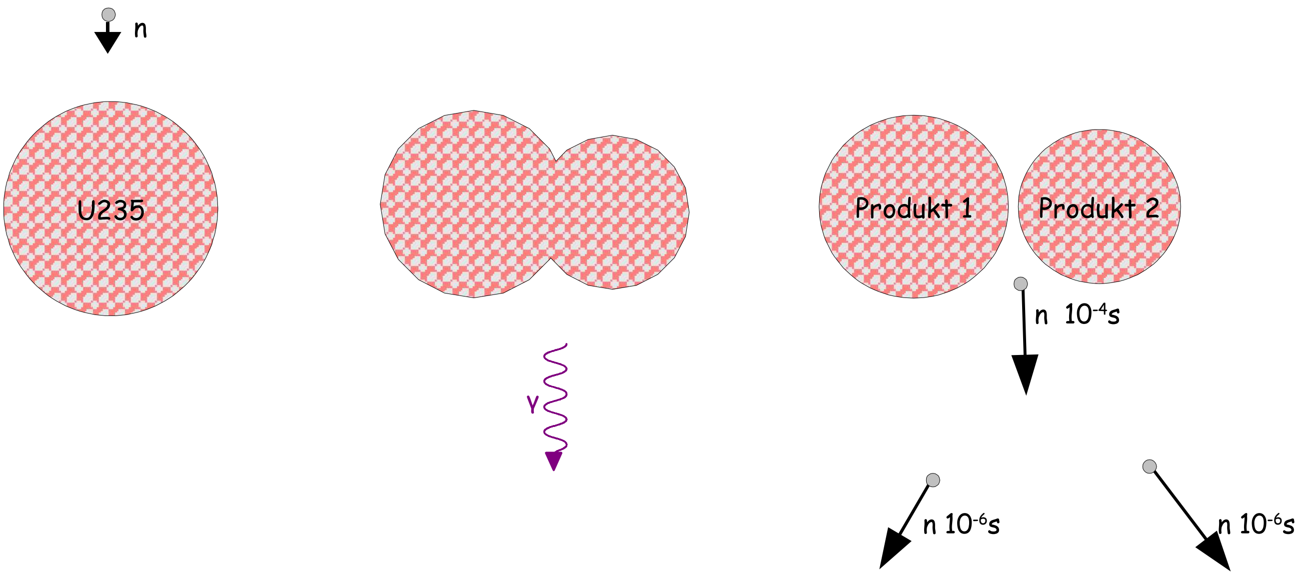
Fusion von z. B. Deuterium und Tritium

- Deuterium und Tritium treffen aufeinander
- es entsteht Helium (höhere Bindungsenergie pro Nukleon) und ein Neutron
- freiwerdende Bindungsenergie geht großteils in Bewegung der Reaktionsprodukte
- es wird mehr Energie pro Nukleon frei als bei einem Spaltprozess

Fusion

- „natürlich“
  - Sonne, Sterne
- künstlich
  - H-Bombe
  - Fusionsexperimente

Kernspaltung



Spaltung von z.B. Uran:

- langsames Neutron trifft auf Urankern
- es entstehen zwei stabilere Kerne mit ca. halber Nukleonenzahl
- freiwerdende Bindungsenergie geht großteils in die Bewegung der Reaktionsprodukte
- es werden drei schnelle Neutronen frei

  die Art der Wiederverwertung dieser 3 Neutronen für weitere Spaltprozesse entscheidet über die Nutzung der Energie:

Spaltung

- unkontrolliert
  - Bombe
- kontrolliert
  - Kernkraftwerk

Berechung der Energie einer Spaltreaktion

$$ {}^{1}_{0}n + {}^{235}_{92}U \Rightarrow {}^{89}_{36}Kr + {}^{144}_{56}Ba + 3\,{}^{1}_{0}n $$

$\Delta m =$ $m_n + m_U - m_{Kr} - m_{Ba} - 3m_n = m_U - m_{Mo} - m_{Cs} - 2m_n =$

$1{,}0087u + 234{,}9935u - 88{,}8979u + 143{,}8921u + 3 \cdot 1{,}0087u =$

$0{,}1861u = 28 \cdot 10^{-12}$ J

Aufgaben aus [1]

1. Das α–Teilchen

   Massen der einzelnen Bestandteile: $m = 2m_p + 2m_n = 2 \cdot 1{,}007277u + 2 \cdot 1{,}008665u = 4{,}031884u$

   Massendefekt: $\Delta m = 2m_p + 2m_n - m_\alpha = 4{,}031884u - 4{,}001506u = 0{,}030378u$

   Gesamtenergie (Bindungsenergie): $E = 0{,}030378 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,kg \cdot (3{,}0 \cdot 10^{8}\,ms^{-1})^2 = 4{,}5 \cdot 10^{-12}J$

   Bindungsenergie pro Nukleon: $E_{nukleon} = E_{gesamt} : 4 = 1{,}1 \cdot 10^{-12}J$

   Die benachbarten Kerne benötigen wesentlich Energie pro Nukleon, um in ihre Bestandteile zerlegt zu werden, sie sind instabiler. Natürliche radioaktive Kerne sind innerlich in „Bewegung". Durch Aussendung von Nukleonen kommen sie zur „Ruhe". Da α–Teilchen eine sehr stabile Bindung haben, werden im Kern gebildet, bevor er „zerfällt".

2. Zerfall des Neutrons

   Bei einem Zerfall wird Masse und Energie frei. Diese muss bei Zerfällen aus der Masse des vorher vorhandenen Kerns kommen. Da das Neutron mehr Masse hat als das Proton, kann nur ein Zerfall des Neutrons in ein Proton stattfinden.

   Zerfallsgleichung: $n \rightarrow p + e$

   Masse vorher: $m_n = 1{,}008665u$

   Masse danach: $m_p + m_e = 1{,}007277u + 0{,}000549u = 1{,}007826u$

   Massendefekt: $\Delta m = 1{,}008665u - 1{,}007826u = 0{,}000839u$

   Energie: $E = 0{,}000839 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,kg \cdot 9 \cdot 10^{16}\,m^2s^{-2} = 1{,}253466 \cdot 10^{-13}J$

   Anzahl der C12 Kerne: $N = 6{,}023 \cdot 10^{23} : 12 = 5{,}02 \cdot 10^{22}$

   Reaktionsenergie: $E = 30kJ : 5{,}02 \cdot 10^{22} = 6{,}0 \cdot 10^{-19}J$

   Die Energien im Kernbereich sind um den Faktor 10^6 (sechs Größenordnungen) höher.

3. Künstliche Kernreaktion

   Der Stickstoffkern ist stabil. Es wird also Energie benötigt, um die Bindungsenergie zu kompensieren.

   $$\begin{matrix}4\\2\end{matrix}\alpha + \begin{matrix}14\\7\end{matrix}N \Rightarrow \begin{matrix}17\\6\end{matrix}O + \begin{matrix}1\\1\end{matrix}$$

4. Fusion von Wasserstoffkernen

a) $$\begin{matrix}2\\1\end{matrix}H + \begin{matrix}3\\1\end{matrix}H \Rightarrow \begin{matrix}4\\2\end{matrix}He + \begin{matrix}1\\0\end{matrix}n$$

b) Masse Edukte: $m_{vorher} = 2{,}013554u + 3{,}015501u = 5{,}029055u$
   Masse Produkte $m_{nachher} = 4{,}001506u + 1{,}008665u = 5{,}010171u$
   Massendefekt: $\Delta m = 5{,}029055u - 5{,}010171u = 0{,}018884u$

c) Freigesetzte Energie: $E = \Delta mc^2 = 0{,}018884 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27} \cdot 9{,}0 \cdot 10^{16}\,J = 2{,}82 \cdot 10^{-12}\,J$

d) $$P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = P \cdot t = 1{,}5\,MW \cdot 2\,s = 3{,}0\,MJ$$

   $\Rightarrow$ Anzahl Fusionen: $3{,}0\,MJ : 2{,}82 \cdot 10^{-12}J = 1{,}1 \cdot 10^{18}$
   es wurden also jeweils $1{,}1 \cdot 10^{18}$ H2– und H3–Kerne fusioniert.

   $m_{H2} = 1{,}1 \cdot 10^{18} \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,kg \cdot 2{,}01 = 3{,}7 \cdot 10^{-9}kg$

   $m_{H3} = 1{,}1 \cdot 10^{18} \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,kg \cdot 3{,}01 = 5{,}5 \cdot 10^{-9}kg$

5. Spaltung von Uran

a) $${}^{1}_{0}n + {}^{235}_{92}U \Rightarrow {}^{94}_{40}Zr + {}^{140}_{58}Ce + 2\,{}^{1}_{0}n$$

b) Masse Edukte: $m = 1{,}008665u + 234{,}9935u = 236{,}0022u$

Masse Produkte: $m = 2 \cdot 1{,}008665u + 93{,}8842u + 139{,}8735u = 235{,}7750u$

Massendefekt: $\Delta m = 236{,}0022u - 235{,}7750u = 0{,}2272u$

c) freigesetzte Energie: $E = \Delta mc^2 = 0{,}2272 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{27} \cdot 9{,}0 \cdot 10^{16}\,J = 3{,}4 \cdot 10^{-11}J$

d) Anzahl der Uranatome pro Sekunde: $1{,}0 \cdot 10^{9}\,J : 3{,}4 \cdot 10^{-11}J = 2{,}9 \cdot 10^{19}$

in der Stunde: $2{,}9 \cdot 10^{19} \cdot 3600 = 1{,}1 \cdot 10^{23}$

Quellen

[1]bsv Physik 3; Rainer Feuerlein, Helmut Näpfel, Horst Schäflein; Bayerischer Schulbuch-Verlag München 1994

[2]Mayer-Kuckuck Kernphysik

[3]Informationen der Strahlenschutzkommission (SSK) des Bundesministeriums für Umwelt, Naturschutz und Reaktorsicherheit Nummer 5 (1998)
„http://www.ssk.de/thema/st-150.htm“
„www.ssk.de/sv/i05.pdf“

[4]Übungskartei des Zentrum für Strahlenschutz und Radioökologie (ZSR)
„www.zsr.uni-hannover.de/zsr/dokument/uebkat.pdf“