

# Einige reelle Funktionen

---

## Inhaltsverzeichnis

Einige reelle Funktionen.....	1	Definitionsbereich, Wertebereich.....	4
Überblick über bisher behandelte Funktionen.....	2	Schnittpunkte mit den Achsen.....	4
Die linearen Funktionen.....	2	Symmetrie.....	4
Definitionsbereich, Wertebereich.....	2	Monotonie.....	4
Schnittpunkte mit den Achsen:.....	2	Trigonometrische Funktionen.....	4
Symmetrie (nur Ursprung, y-Achse).....	2	Definitionsbereich, Wertebereich.....	4
Monotonie.....	2	Schnittpunkte mit den Achsen.....	4
Die quadratischen Funktionen.....	3	Symmetrie.....	4
Definitionsbereich, Wertebereich.....	3	Monotonie.....	4
Schnittpunkte mit den Achsen:.....	3	Exponentialfunktionen.....	5
Symmetrie (nur Ursprung, y-Achse).....	3	Definitionsbereich, Wertebereich.....	5
Monotonie.....	3	Schnittpunkte mit den Achsen.....	5
Wurzelfunktionen.....	3	Symmetrie.....	5
Definitionsbereich, Wertebereich.....	3	Monotonie.....	5
Schnittpunkte mit den Achsen.....	3	Logarithmusfunktionen.....	5
Symmetrie.....	3	Definitionsbereich, Wertebereich.....	5
Monotonie.....	3	Schnittpunkte mit den Achsen.....	5
Potenzfunktionen (mit ganzzahligem		Symmetrie.....	5
Exponenten).....	4	Monotonie.....	5

# Überblick über bisher behandelte Funktionen

---

## Die linearen Funktionen

---

Funktionsterm:  $f(x) = m \cdot x + t$

$m$  steht für die Steigung,  $t$  für den  $y$ -Achsenabschnitt

### Definitionsbereich, Wertebereich

$D = \mathbb{R}, W = \mathbb{R}$  außer  $m = 0$

### Schnittpunkte mit den Achsen:

$$\text{x-Achse: } 0 = m \cdot x + t \Rightarrow x = -\frac{t}{m}$$

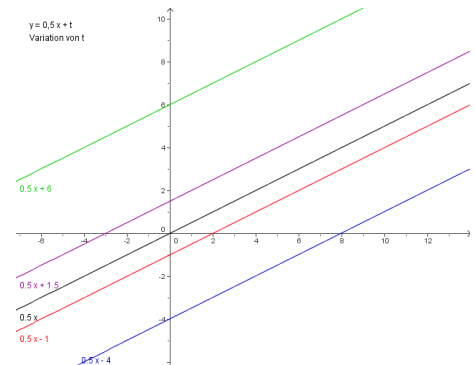
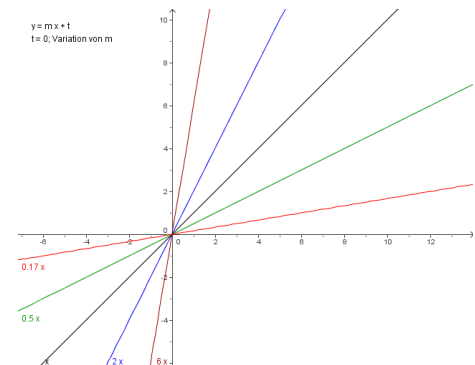
$$\text{y-Achse: } y = m \cdot 0 + t = t$$

### Symmetrie (nur Ursprung, y-Achse)

wenn  $t = 0$ : Punktsymmetrie zum Ursprung, sonst keine Symmetrie

### Monotonie

je nach  $m$  monoton steigend oder fallend



# Die quadratischen Funktionen

Funktionsterm:  $f(x) = a \cdot (x - x_0)^2 + y_0$  oder

$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ mit } b = -2ax_0 \text{ und } c = ax_0^2 + y_0$$

$a$  steht für die Öffnungsweite und -richtung,  $x_0$  steht für die Rechtsverschiebung,  $y_0$  für die Höhenverschiebung;  $S(x_0, y_0)$  ist der Scheitelpunkt

## Definitionsbereich, Wertebereich

$$D = \mathbb{R}$$

$$W = [y_0; \infty] \text{ für } a > 0$$

$$W = [-\infty; y_0] \text{ für } a < 0$$

## Schnittpunkte mit den Achsen:

$$0 = ax^2 + bx + c$$

$$b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow L =$$

x-Achse:

$$b^2 - 4ac \geq 0 \Rightarrow x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

y-Achse:  $y = a \cdot (0 - x_0)^2 + y_0 = a \cdot x_0^2 + y_0$  oder  $y = c$

## Symmetrie (nur Ursprung, y-Achse)

wenn  $x_0 = 0$  oder  $b = 0$ , dann Symmetrie zur y-Achse

## Monotonie

links und rechts vom Scheitelpunkt jeweils streng monoton

## Wurzelfunktionen

Funktionsterm:  $f(x) = \sqrt[n]{x}; n \in \mathbb{N}$

## Definitionsbereich, Wertebereich

$$D = \mathbb{R}^+, W = \mathbb{R}^+ \text{ für } n \text{ gerade,}$$

$$D = \mathbb{R}, W = \mathbb{R} \text{ für } n \text{ ungerade}$$

## Schnittpunkte mit den Achsen

für  $x = 0$  gilt  $y = 0$ ;

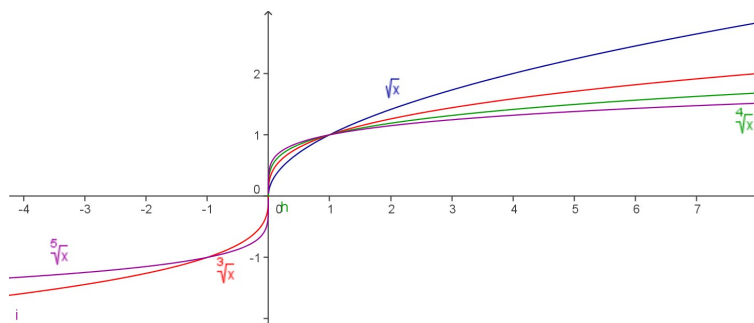
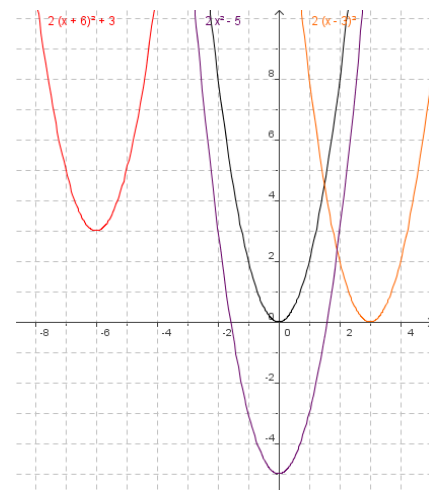
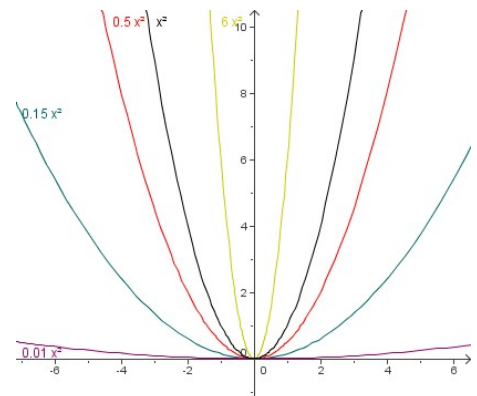
(Schnitt nur im Ursprung)

## Symmetrie

Punktsymmetrie zum Ursprung für  $n$  ungerade

## Monotonie

Alle Funktionen sind streng monoton steigend



## Potenzfunktionen (mit ganzzahligem Exponenten)

Funktionsterm:  $f(x) = x^n$ ;  $n \in \mathbb{N}$

### Definitionsbereich, Wertebereich

$D = \mathbb{R}, W = \mathbb{R}^+$  für  $n$  gerade,

$D = \mathbb{R}, W = \mathbb{R}$  für  $n$  ungerade

### Schnittpunkte mit den Achsen

für  $x = 0$  gilt  $y = 0$ ;

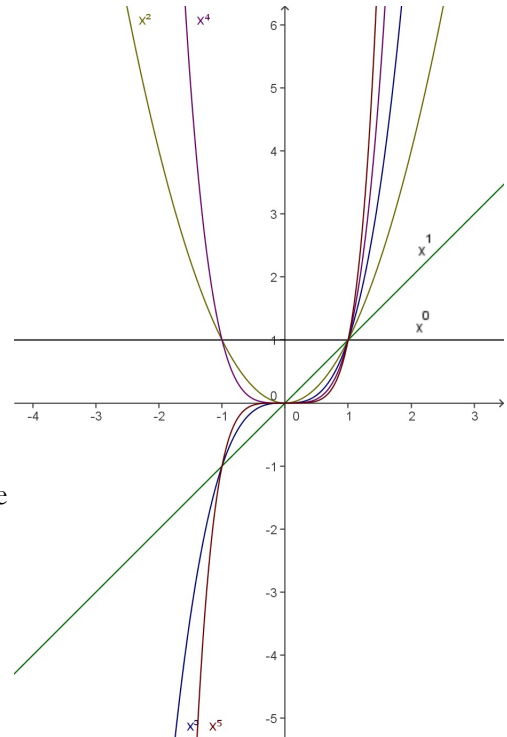
(Schnitt nur im Ursprung)

### Symmetrie

Achsensymmetrie für  $n$  gerade, Punktsymmetrie für  $n$  ungerade

### Monotonie

Streng monoton steigend für  $n$  ungerade



## Trigonometrische Funktionen

Funktionsterm:

$$f(x) = a \sin(bx + c); \quad g(x) = a \cos(bx + c)$$

$a$  steht für die Amplitude,  $b$  für die Frequenz und  $c$  für die Phase

### Definitionsbereich, Wertebereich

$$D = \mathbb{R}, W = [-1; +1]$$

### Schnittpunkte mit den Achsen

$$bx + c = k \cdot \pi \Rightarrow x = \frac{k \cdot \pi - c}{b} \quad \text{für Sinus}$$

$$bx + c = k \cdot \pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{(2k+1) \cdot \pi - c}{2b}$$

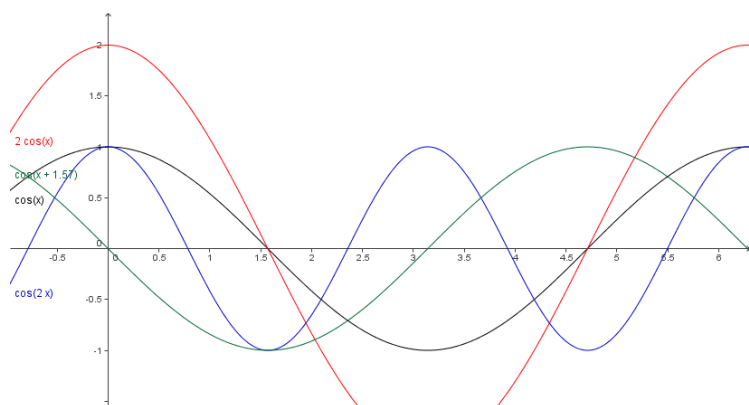
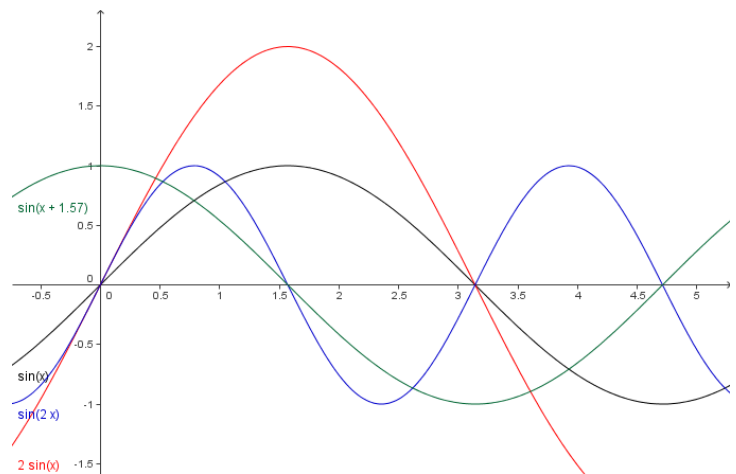
für Kosinus

### Symmetrie

Punktsymmetrie (Sinus),  
Achsensymmetrie (Kosinus)

### Monotonie

keine



## Exponentialfunktionen

Funktionsterm:  $f(x) = a^x$

### Definitionsbereich, Wertebereich

$D = \mathbb{R}, W = \mathbb{R}^+$  für  $n$  ungerade

### Schnittpunkte mit den Achsen

für  $x = 0$  gilt  $y = 1$ ;

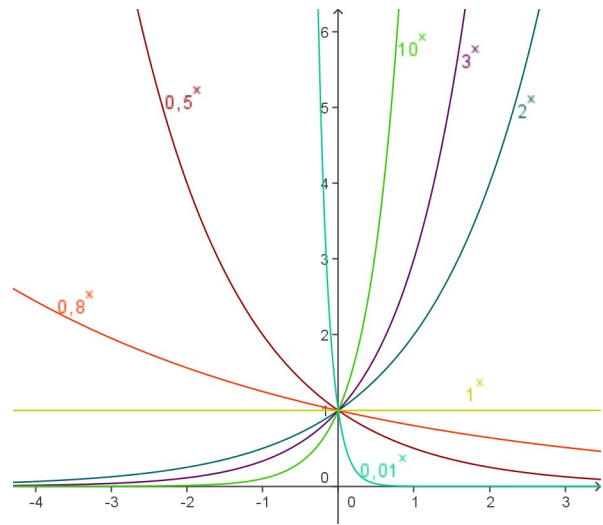
### Symmetrie

weder Achsen, noch Punktsymmetrie

### Monotonie

Alle Funktionen sind

streng monoton steigend für  $a > 0$  und streng monoton fallend für  $a < 0$



## Logarithmusfunktionen

Funktionsterm:  $f(x) = \log_a(x); a \in \mathbb{R}^+$

### Definitionsbereich, Wertebereich

$D = \mathbb{R}^+, W = \mathbb{R}$  für  $n$  ungerade

### Schnittpunkte mit den Achsen

für  $x = 1$  gilt  $y = 0$ ;

### Symmetrie

weder Achsen, noch Punktsymmetrie

### Monotonie

Alle Funktionen sind streng monoton steigend

