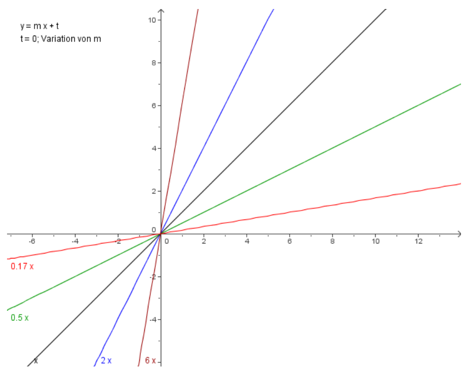
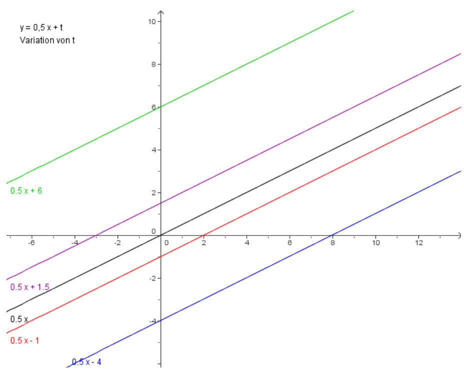
Einige reelle Funktionen

Inhaltsverzeichnis

Überblick über bisher behandelte Funktionen

Die linearen Funktionen





Funktionsterm: $f(x)=m\cdot x+t$

m steht für die Steigung, t für den y-Achsenabschnitt

Definitionsbereich, Wertebereich

$D=\mathbb{R}, W=\mathbb{R}$ außer m = 0

Schnittpunkte mit den Achsen:

x-Achse: $0=m\cdot x+t \Rightarrow x=-\frac{t}{m}$

y-Achse: $y=m\cdot 0+t=t$

Symmetrie (nur Ursprung, y-Achse)

wenn t = 0: Punktsymmetrie zum Ursprung, sonst keine Symmetrie

Monotonie

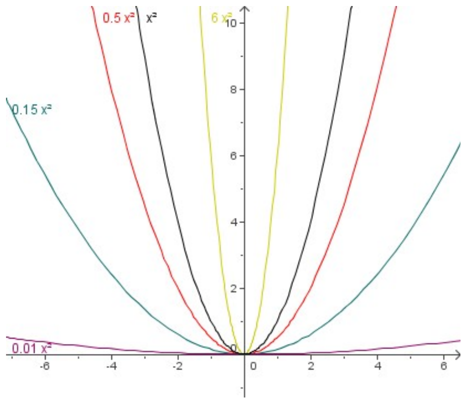
je nach m monoton steigend oder fallend

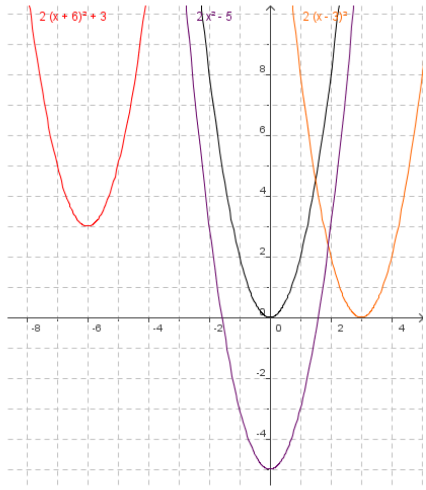
Die quadratischen Funktionen

Funktionsterm: $f(x)=a\cdot(x-x_o)^2+y_o$ oder

$f(x)=ax^2+bx+c$ mit $b=-2ax_0$ und $c=ax_o^2+y_o$

a steht für die Öffnungsbreite und -richtung, x_o steht für die Rechtsverschiebung, y_o für die Höhenverschiebung; $S(x_o,y_o)$ ist der Scheitelpunkt





Definitionsbereich, Wertebereich

$D=\mathbb{R}$
$W=[y_o;\infty]\ für\ a>0$
$W=[-\infty;y_o]\ für\ a<0$

Schnittpunkte mit den Achsen:

x-Achse:

$$0=ax^2+bx+c$$
$$b^2-4\mathrm{ac}<0\Rightarrow L=$$
$$b^2-4\mathrm{ac}\geq 0\Rightarrow x_{1/2}=\frac{-b\pm\sqrt{(b^2-4\mathrm{ac})}}{2\mathrm{a}}$$

y-Achse: $y=a\cdot(0-x_o)^2+y_o=a\cdot x_o^2+y_o$ oder $y=c$

Symmetrie (nur Ursprung, y-Achse)

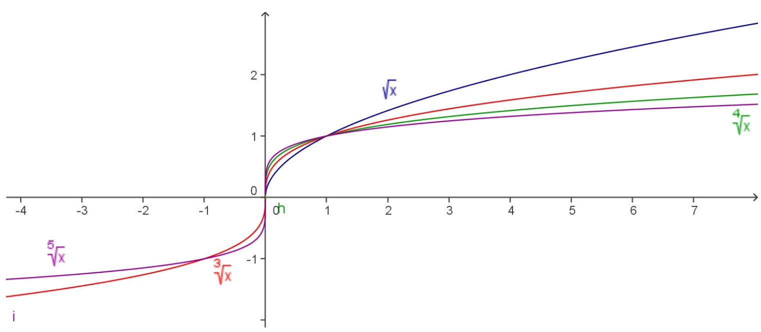
wenn $x_o = 0$ oder $b = 0$, dann Symmetrie zur y-Achse

Monotonie

links und rechts vom Scheitelpunkt jeweils streng monoton

Wurzelfunktionen

Funktionsterm: $f(x)=\sqrt[n]{x};\ n\in\mathbb{N}$



Definitionsbereich, Wertebereich

$D=\mathbb{R}^+, W=\mathbb{R}^+$ für n gerade,

$D=\mathbb{R}, W=\mathbb{R}$ für n ungerade

Schnittpunkte mit den Achsen

für x = 0 gilt y = 0;

(Schnitt nur im Ursprung)

Symmetrie

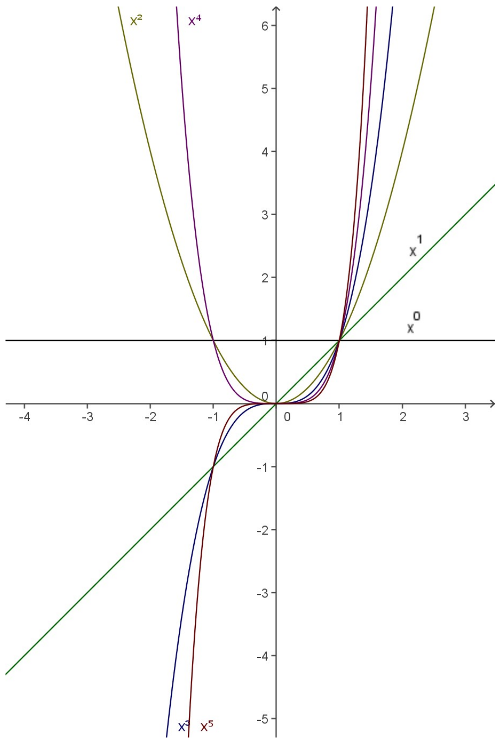
Punktsymmetrie zum Ursprung für n ungerade

Monotonie

Alle Funktionen sind streng monoton steigend

Potenzfunktionen (mit ganzzahligem Exponenten)

Funktionsterm: $f(x)=x^n;\quad n\in\mathbb{N}$



Definitionsbereich, Wertebereich

$D=\mathbb{R}, W=\mathbb{R}^+$ für n gerade,

$D=\mathbb{R}, W=\mathbb{R}$ für n ungerade

Schnittpunkte mit den Achsen

für x = 0 gilt y = 0;

(Schnitt nur im Ursprung)

Symmetrie

Achsensymmetrie für n gerade, Punktsymmetrie für n ungerade

Monotonie

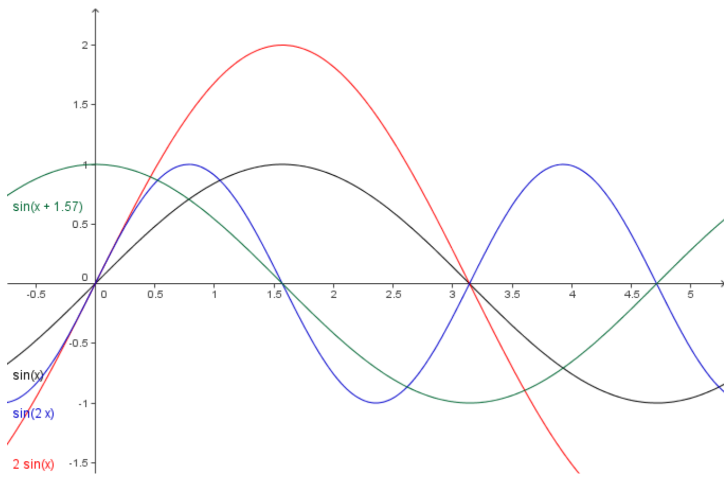
Streng monoton steigend für n ungerade

Trigonometrische Funktionen

Funktionsterm:

$f(x)=a\sin(bx+c);\quad g(x)=a\cos(bx+c)$

a steht für die Amplitude, b für die Frequenz und c für die Phase



Definitionsbereich, Wertebereich

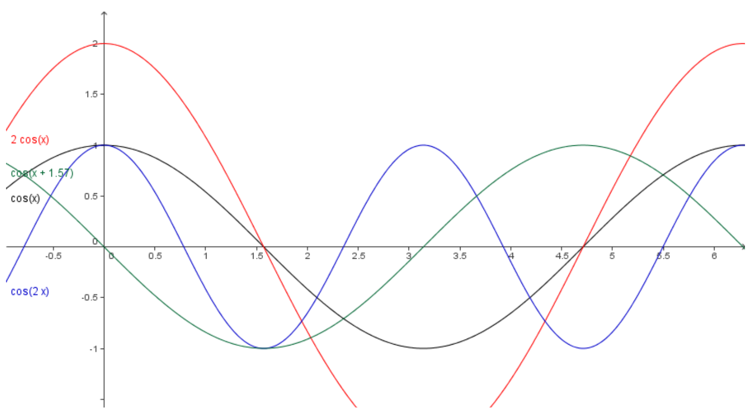
$D=\mathbb{R}, W=[-1;+1]$

Schnittpunkte mit den Achsen

$$bx+c=k\cdot\pi\Rightarrow x=\frac{k\cdot\pi-c}{b}$$ für Sinus

$$bx+c=k\cdot\pi+\frac{\pi}{2}\Rightarrow x=\frac{\frac{(2k+1)}{2}\cdot\pi-c}{b}$$

für Kosinus



Symmetrie

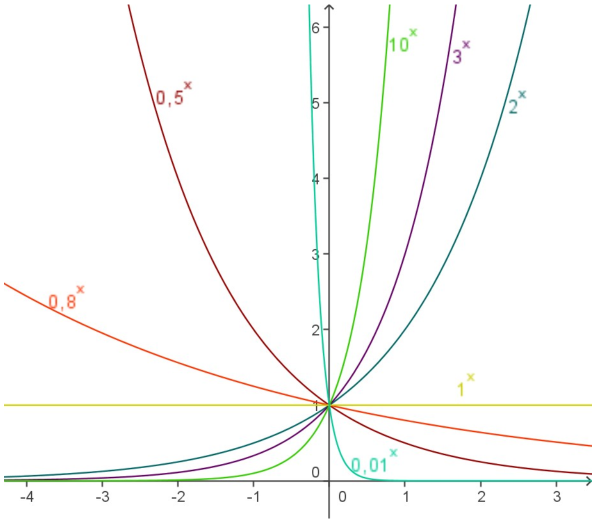
Punktsymmetrie (Sinus),
Achsensymmetrie(Kosinus)

Monotonie

keine

Exponentialfunktionen

Funktionsterm: $f(x)=a^x$



Definitionsbereich, Wertebereich

$D=\mathbb{R}, W=\mathbb{R}^+$ für n ungerade

Schnittpunkte mit den Achsen

für x = 0 gilt y = 1;

Symmetrie

weder Achsen, noch Punktsymmetrie

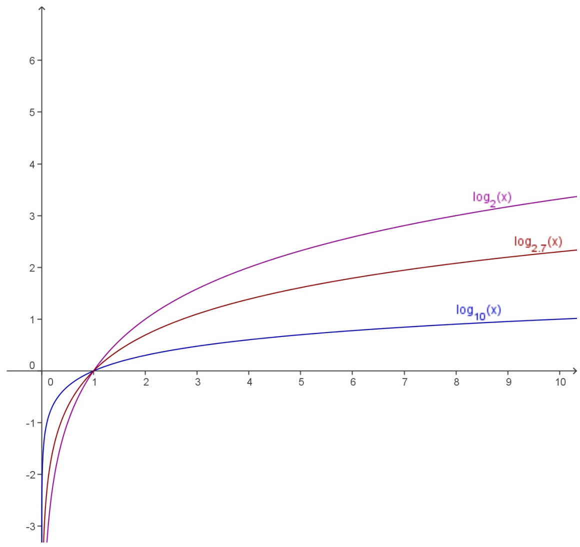
Monotonie

Alle Funktionen sind

streng monoton steigend für a > 0 und streng monoton fallend für a < 0

Logarithmusfunktionen

Funktionsterm: $f(x)=\log_a(x); \quad a\in\mathbb{R}^+$



Definitionsbereich, Wertebereich

$D=\mathbb{R}^+, W=\mathbb{R}$ für n ungerade

Schnittpunkte mit den Achsen

für x = 1 gilt y = 0;

Symmetrie

weder Achsen, noch Punktsymmetrie

Monotonie

Alle Funktionen sind streng monoton steigend