

Einige reelle Funktionen

Inhaltsverzeichnis

Einige reelle Funktionen.....	1	Definitionsbereich, Wertebereich.....	4
Überblick über bisher behandelte Funktionen.....	2	Schnittpunkte mit den Achsen.....	4
Die linearen Funktionen.....	2	Symmetrie.....	4
Definitionsbereich, Wertebereich.....	2	Monotonie.....	4
Schnittpunkte mit den Achsen:.....	2	Trigonometrische Funktionen.....	4
Symmetrie (nur Ursprung, y-Achse).....	2	Definitionsbereich, Wertebereich.....	4
Monotonie.....	2	Schnittpunkte mit den Achsen.....	4
Die quadratischen Funktionen.....	3	Symmetrie.....	4
Definitionsbereich, Wertebereich.....	3	Monotonie.....	4
Schnittpunkte mit den Achsen:.....	3	Exponentialfunktionen.....	5
Symmetrie (nur Ursprung, y-Achse).....	3	Definitionsbereich, Wertebereich.....	5
Monotonie.....	3	Schnittpunkte mit den Achsen.....	5
Wurzelfunktionen.....	3	Symmetrie.....	5
Definitionsbereich, Wertebereich.....	3	Monotonie.....	5
Schnittpunkte mit den Achsen.....	3	Logarithmusfunktionen.....	5
Symmetrie.....	3	Definitionsbereich, Wertebereich.....	5
Monotonie.....	3	Schnittpunkte mit den Achsen.....	5
Potenzfunktionen (mit ganzzahligem Exponenten).....	4	Symmetrie.....	5
		Monotonie.....	5

Überblick über bisher behandelte Funktionen

Die linearen Funktionen

Funktionsterm: $f(x) = m \cdot x + t$

m steht für die Steigung, t für den y-Achsenabschnitt

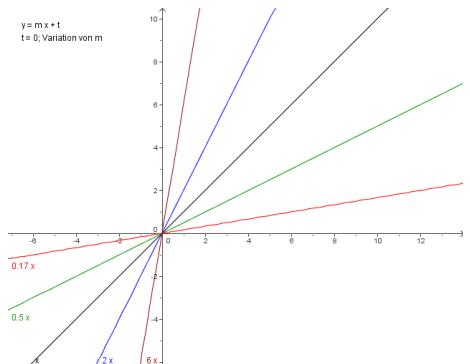
Definitionsbereich, Wertebereich

$D = \mathbb{R}, W = \mathbb{R}$ außer $m = 0$

Schnittpunkte mit den Achsen:

$$\text{x-Achse: } 0 = m \cdot x + t \Rightarrow x = -\frac{t}{m}$$

$$\text{y-Achse: } y = m \cdot 0 + t = t$$

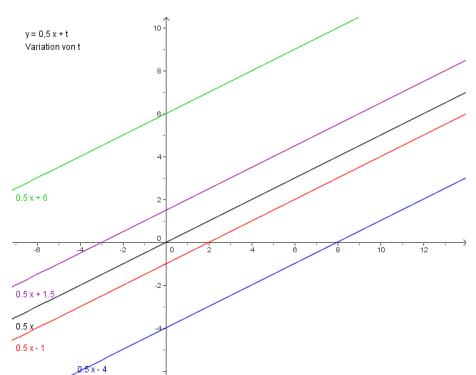


Symmetrie (nur Ursprung, y-Achse)

wenn $t = 0$: Punktsymmetrie zum Ursprung, sonst keine Symmetrie

Monotonie

je nach m monoton steigend oder fallend



Die quadratischen Funktionen

Funktionsterm: $f(x) = a \cdot (x - x_0)^2 + y_0$ oder

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad \text{mit} \quad b = -2ax_0 \quad \text{und} \quad c = ax_0^2 + y_0$$

a steht für die Öffnungsrichtung und -breite, x_0 steht für die Rechtsverschiebung, y_0 für die Höhenverschiebung; S(x_0, y_0) ist der Scheitelpunkt

Definitionsbereich, Wertebereich

$$D = \mathbb{R}$$

$$W = [y_0; \infty] \text{ für } a > 0$$

$$W = [-\infty; y_0] \text{ für } a < 0$$

Schnittpunkte mit den Achsen:

$$0 = a x^2 + bx + c$$

$$b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow L =$$

x-Achse:

$$b^2 - 4ac \geq 0 \Rightarrow x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}}{2a}$$

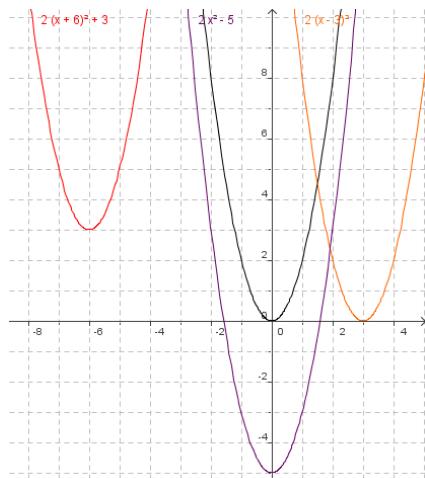
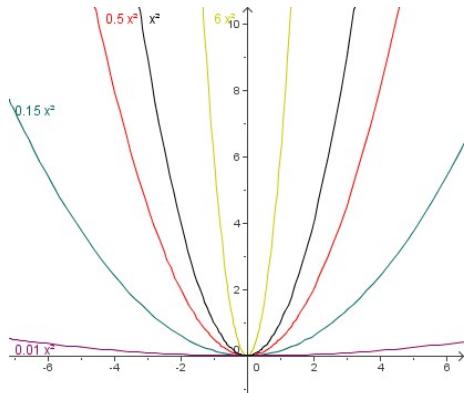
$$\text{y-Achse: } y = a \cdot (0 - x_0)^2 + y_0 = a \cdot x_0^2 + y_0 \quad \text{oder} \quad y = c$$

Symmetrie (nur Ursprung, y-Achse)

wenn $x_0 = 0$ oder $b = 0$, dann Symmetrie zur y-Achse

Monotonie

links und rechts vom Scheitelpunkt jeweils streng monoton



Wurzelfunktionen

Funktionsterm: $f(x) = \sqrt[n]{x}; n \in \mathbb{N}$

Definitionsbereich, Wertebereich

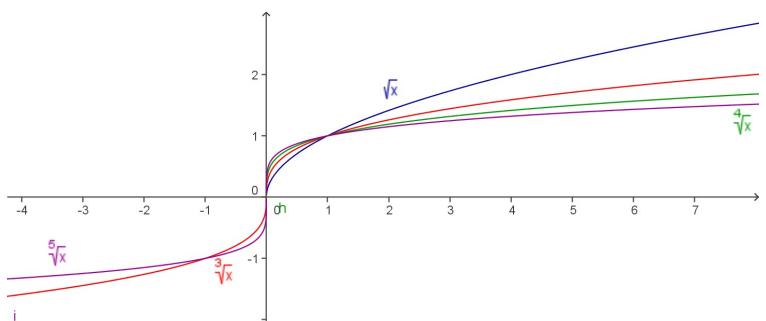
$$D = \mathbb{R}^+, W = \mathbb{R}^+ \quad \text{für } n \text{ gerade,}$$

$$D = \mathbb{R}, W = \mathbb{R} \quad \text{für } n \text{ ungerade}$$

Schnittpunkte mit den Achsen

für $x = 0$ gilt $y = 0$;

(Schnitt nur im Ursprung)



Symmetrie

Punktsymmetrie zum Ursprung für n ungerade

Monotonie

Alle Funktionen sind streng monoton steigend

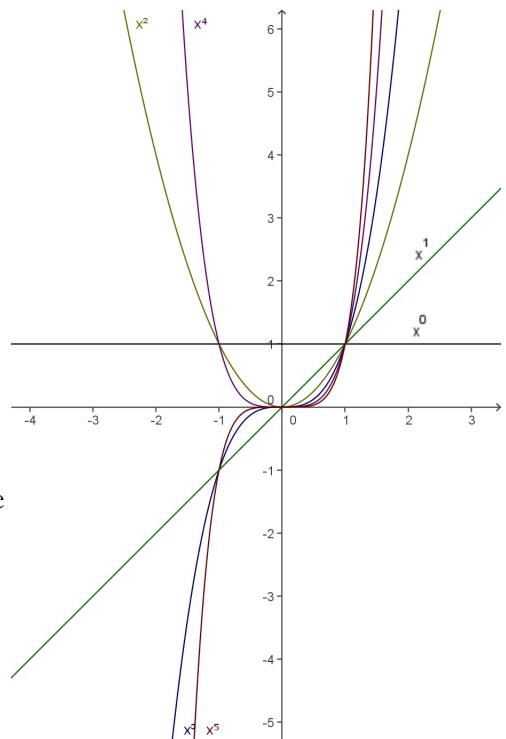
Potenzfunktionen (mit ganzzahligem Exponenten)

Funktionsterm: $f(x) = x^n$; $n \in \mathbb{N}$

Definitionsbereich, Wertebereich

$D = \mathbb{R}$, $W = \mathbb{R}^+$ für n gerade,

$D = \mathbb{R}$, $W = \mathbb{R}$ für n ungerade



Schnittpunkte mit den Achsen

für $x = 0$ gilt $y = 0$;

(Schnitt nur im Ursprung)

Symmetrie

Achsensymmetrie für n gerade, Punktsymmetrie für n ungerade

Monotonie

Streng monoton steigend für n ungerade

Trigonometrische Funktionen

Funktionsterm:

$$f(x) = a \sin(bx + c); \quad g(x) = a \cos(bx + c)$$

a steht für die Amplitude, b für die Frequenz und c für die Phase

Definitionsbereich, Wertebereich

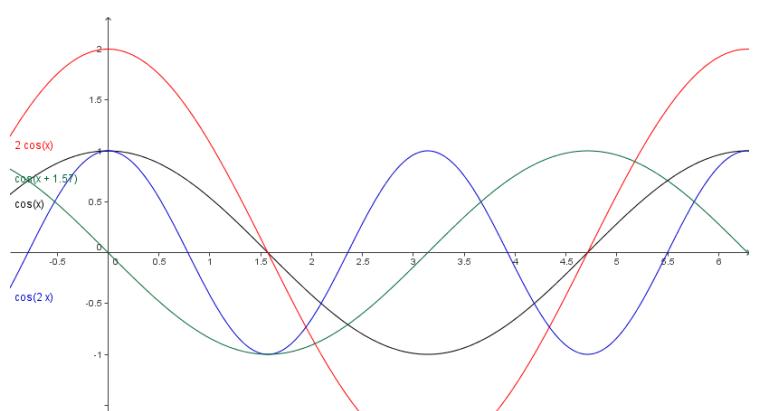
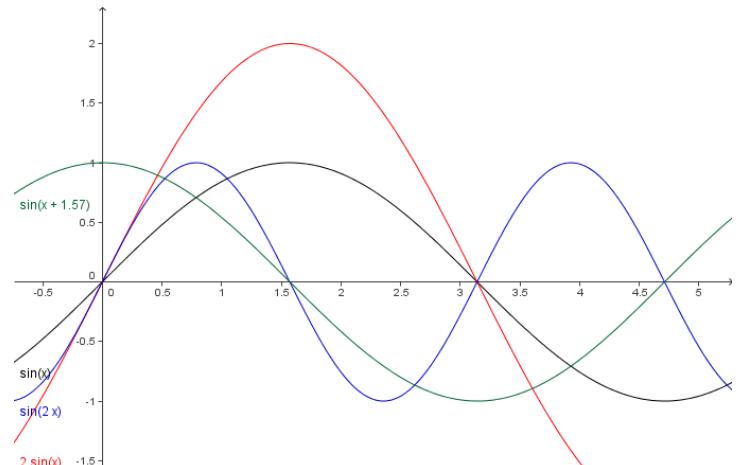
$D = \mathbb{R}$, $W = [-1; +1]$

Schnittpunkte mit den Achsen

$$bx + c = k \cdot \pi \Rightarrow x = \frac{k \cdot \pi - c}{b} \quad \text{für Sinus}$$

$$bx + c = k \cdot \pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{(2k+1) \cdot \pi - c}{2b}$$

für Kosinus



Symmetrie

Punktsymmetrie (Sinus), Achsensymmetrie (Kosinus)

Monotonie

keine

Exponentialfunktionen

Funktionsterm: $f(x) = a^x$

Definitionsbereich, Wertebereich

$D = \mathbb{R}$, $W = \mathbb{R}^+$ für n ungerade

Schnittpunkte mit den Achsen

für $x = 0$ gilt $y = 1$;

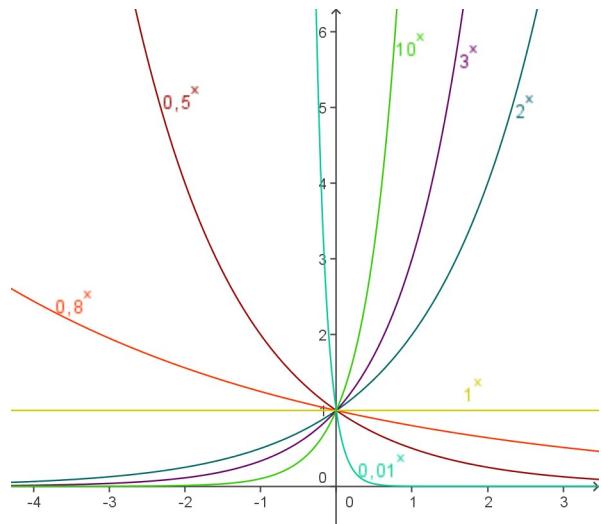
Symmetrie

weder Achsen, noch Punktsymmetrie

Monotonie

Alle Funktionen sind

streng monoton steigend für $a > 1$ und streng monoton fallend für $a < 1$



Logarithmusfunktionen

Funktionsterm: $f(x) = \log_a(x)$; $a \in \mathbb{R}^+$

Definitionsbereich, Wertebereich

$D = \mathbb{R}^+, W = \mathbb{R}$ für n ungerade

Schnittpunkte mit den Achsen

für $x = 1$ gilt $y = 0$;

Symmetrie

weder Achsen, noch Punktsymmetrie

Monotonie

Alle Funktionen sind streng monoton steigend

