

LÖSUNG  
ABITUR-  
AUFGABEN  
2007:

ANALYSIS  
I

## 2007 Analysis I

a)  $f(x) = \frac{4e^x}{(e^x+1)^2} \quad D_f = \mathbb{R}$

$4 > 0$  ,  $e^x > 0$  ,  $(e^x+1)^2 > 1$  also Term  $\frac{+\cdot+}{+} > 0$

$$f(0) = \frac{4 \cdot e^0}{(e^0+1)^2} = \frac{4}{1} = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4e^x}{(e^x+1)^2} = \frac{4e^x}{(e^x)^2 + 2e^x + 1^2}$$

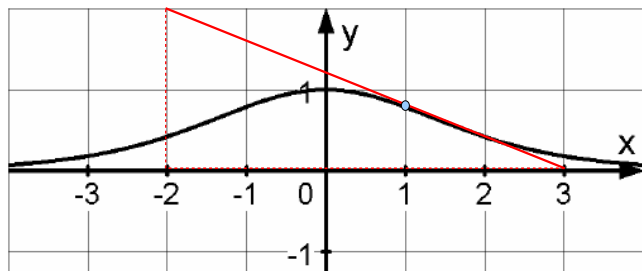
Kürze mit der höchsten Nennerpotenz:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 \frac{e^x}{(e^x)^2}}{\frac{(e^x)^2}{(e^x)^2} + 2 \frac{e^x}{(e^x)^2} + \frac{1^2}{(e^x)^2}} \rightarrow \frac{0}{1+0} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4 \cdot e^x}{(e^x+1)^2} \rightarrow \frac{0}{(0+1)^2} = 0$$

- b) Zeichne eine Tangente im gesuchten Punkt und bestimme deren Steigung über das Steigungsdreieck:

$$f'(1) = \frac{-2}{5} = -0,4$$



c)  $F(x) = c \cdot (e^x + 1)^{-1}$

$$F'(x) = -c \cdot (e^x + 1)^{-2} \cdot e^x = \frac{-c \cdot e^x}{(e^x + 1)^2} \quad \text{stimmt überein für } c = -4$$

d)  $F(0) = \frac{-4}{2} = -2$ ;  $F'(0) = 4$  nach Teilaufgabe a)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = \frac{-4}{e^x + 1} = 0 \quad \text{da der Nenner beliebig groß wird.}$$

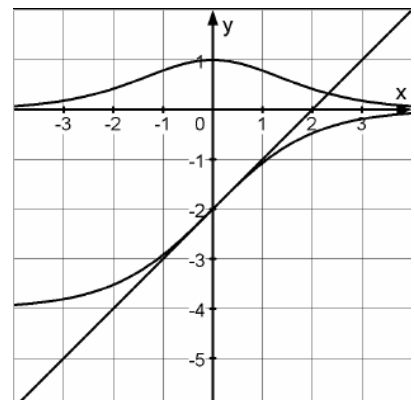
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = \frac{-4}{0+1} = -4$$

$$F'(x) = f(x) > 0 \quad \text{nach Teilaufgabe a)}$$

also  $F(x)$  streng monoton steigend!

- e) Zahlenwerte wurden in d) schon berechnet. Graph:

f)  $\lim_{u \rightarrow +\infty} \int_{-u}^{+u} f(x) dx = \lim_{u \rightarrow +\infty} [F(x)]_{-u}^{+u} = 0 - (-4) = 4$



2 a)  $N(x) = a \cdot e^{bx}$

$$N(0) = 0,5 = a \cdot e^0 \Rightarrow a = 0,5$$

$$N(8) = 23,4 = 0,5 \cdot e^{b \cdot 8} \Rightarrow b = \frac{\ln(46,8)}{8} = 0,48$$

b)  $N(4) = 0,5 \cdot e^{0,48 \cdot 4} = 3,41$

$$\frac{3,41}{3,8} \approx 0,9 \Rightarrow \text{Abweichung } 10\%$$

$N(16) = 1082$  geht von unbegrenztem exponentiellen Wachstum aus. Das liegt aber nur bei beliebig großer Bevölkerung.

c)  $1 = 0,5 \cdot e^{0,48 \cdot x}$

$$2 = e^{0,48 \cdot x}$$

$$0,48 \cdot x = \ln(2)$$

$$x = \frac{\ln(2)}{0,48} = 1,4$$